

Il diagramma d'argilla, geometrico risolvante a modulo quadrato, che governava l'intera arte algebrica degli antichi scribi. Un paradigma che ha aperto le porte alla Cultura Matematica delle Civiltà arcaiche.

*Aldo Bonet**

*“...in memoria del Professor Bruno Rizzi,
con infinita riconoscenza”*

Sunto: Da uno studio pubblicato nel 1989, si percorre una strada conclusiva che tende a dimostrare l'esistenza di un diagramma d'argilla a modulo quadrato che stava alla base dell'arte algebrica delle Civiltà arcaiche, analizzando dei problemi e delle identità notevoli rinvenuti sulle tavolette cuneiformi, inquadrandoli in nuove ipotesi e connettendoli con le matematiche delle Civiltà potamiche e talassiche, dell'Oriente e del Mediterraneo.

Abstract: From a study published in 1989, a route is followed which aims to demonstrate the existence of a clay diagram to form a square which was the basis of the algebraic art of archaic Civilisation, analysing the problems and the considerable identity found on the cuneiform tablets, supported by new hypotheses and connecting them to the mathematics of Potamian and Thalasso Civilisations, the East and the Mediterranean.

parole chiavi: introduzione, forma standard, il criterio di scivolamento o rotazione, la tassellatura con mattoni, due osservazioni interessanti, due ipotesi conclusive, i due tesori della geometria, dall'Oriente a Pitagora, da Pitagora a Euclide.

* aldo@storiadellamatematica.it

1. Introduzione

Nel dicembre del 1989, sulla Rivista L'educazione Matematica, mi fu pubblicato un mio lavoro che formulava un'ipotesi di un probabile e unico metodo algebrico – geometrico che, a mio parere, consentiva ai babilonesi la visualizzazione delle identità notevoli e la conseguente risoluzione dei loro problemi rinvenuti sulle tavolette cuneiformi. **(1)**

Un lavoro ipotetico che si basava sulla possibile ricostruzione geometrica del principio della semisomma e della semidifferenza **(2)** in uso presso i babilonesi, nato probabilmente dall'incrocio di due cordicelle di allineamento poste sopra una sezione a modulo quadrato e di seguito perfezionato probabilmente dall'osservazione di due cerchi concentrici inscritti nei loro rispettivi quadrati e che ripropongo qui in una forma geometrica più in stile con la geometria mesopotamica. **(3) (vedere allegato 1)**

Un principio che poi ho conseguentemente applicato ad un diagramma che si è spontaneamente concretizzato con un'apertura a compasso, consentendomi di procedere facilmente, sulla base della medesima logica deduttiva, da una forma iniziale, monodimensionale o lineare, a quella consecutiva, bidimensionale e tridimensionale, permettendomi così di realizzare un metodo generale di risoluzione e unico per i problemi di 1°, 2° e 3° grado, che avevo ipotizzato su due possibili strade distinte, ma fra loro equivalenti:

- Una, ampiamente spiegata nella parte iniziale e in forma prevalente nella pubblicazione sopracitata del 1989, percorsa con lo sviluppo, mediante apertura a compasso, di un diagramma triangolare retto o prismatico risolvente, che prevede la sovrapposizione delle superfici o dei volumi, realizzato per giungere a rafforzare la nota costruzione geometrica nello spazio ipotizzata dallo Storico Matematico S.J. Lurje (4).
- L'altra, introdotta nella stessa pubblicazione sopracitata (5), percorsa con lo sviluppo mediante un'apertura dimensionale più geometrico - elementare (lineare, quadrata, cubica), di un diagramma (6) quadrangolare retto o cubico risolvente ed equivalente al precedente, che non prevede la sovrapposizione delle superfici o dei volumi ma che giunge esattamente alle stesse conclusioni se comparato con gli stessi problemi, visualizzando inoltre le stesse identità algebriche sfruttate dallo scriba e ravvisabili sui testi babilonesi. Due strade, solo apparentemente distinte, dove l'una, può rappresentare probabilmente l'evoluzione dell'altra, ma entrambe collegate.

Quest'ultima strada, già istintivamente intravista nel 1991, nella sua potenzialità, dal Professor Bruno Rizzi che mi esortò a intraprendere, è quella che con questo lavoro desidero approfondire e integrare per completezza conclusiva e chiarificatrice.

Riesamino le identità notevoli e i problemi noti nella letteratura algebrica babilonese, inserendo delle novità mediante nuove ipotesi e osservazioni più approfondite alle congetture già contenute nella pubblicazione sopracitata del 1989, elaborate inoltre alla luce delle recenti pubblicazioni in materia (7).

Analizzo ove necessario, con personali interpretazioni, la schematicità dei testi babilonesi, investigando sul senso logico delle terminologie usate dallo scriba e tradotte direttamente

dagli specialisti dalle tavolette cuneiformi a contenuto matematico riferite ai problemi di 2° grado e le raffronto schematicamente col diagramma d'argilla quadratico risolvete a modulo quadrato, che si identifica con quello esposto nella mia pubblicazione precedentemente citata (8) e che, come avremo modo di vedere, in forma introduttiva nel presente articolo, risulterà alla base di una tecnica algebrica degli antichi scribi per la soluzione di molti problemi rinvenuti sulle tavolette cuneiformi e presente inoltre nelle arcaiche Civiltà: Cinese, Egizia e Indiana, (9) per la conseguente dimostrazione empirica, da me ipotizzata con l'ausilio di mattoni, dell'identità notevole ed equivalente al noto "Teorema di Pitagora" a dimostrazione, che il noto "Teorema" non apparteneva a Pitagora ma molto probabilmente, ad un'unica e più vasta Civiltà Madre sopracitata. Infine, come vedremo, lo stesso diagramma contiene le note proposizioni algebriche estrapolate dai Pitagorici e sopravvissute sia negli Elementi di Euclide, sia nella matematica vedica indiana, sia nella cultura matematica islamica, mediante i diagrammi di Al-Khuwarizmi (**vedere allegato 2**).

La tecnica algebrica degli antichi scribi, la ritroviamo ancora con la geometria pratica per gli artigiani di Abū 'l Wafā' al-Būzḡānī (10) Probabilmente l'ultima testimonianza rimastaci di questo straordinario diagramma, sopravvive in un pavimento nel famoso palazzo della simmetria d'arte moresca conosciuto come, l'Alhambra di Granada. (**Vedere allegato 3**)

Il diagramma d'argilla, quadratico risolvete a modulo quadrato prenderà realisticamente forma e corpo dall'analisi di problemi presenti nell'antica tavoletta babilonese contrassegnata come: AO 8862 (11).

2. Forma standard o “normale”

Ci sono molti esempi di problemi quadratici più complessi (12) che i babilonesi riconducevano sempre ad una forma normale, come la chiamava Otto Neugebauer (13)

Il problema esemplificativo della forma standard si può tradurre col sistema:

$$XY = b ; X + Y = S.$$

Una forma normale fatta di somma (o differenza) e prodotto a cui probabilmente, secondo la mia congettura, i babilonesi ricollegavano e basavano l’algoritmo dei loro problemi quadratici con la visualizzazione del diagramma geometrico seguente:

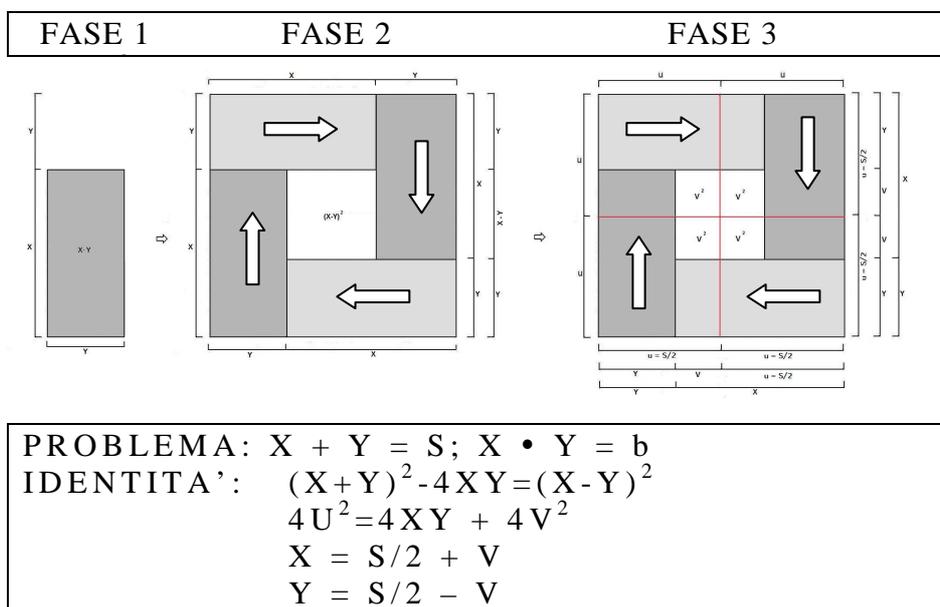


Fig. 1

Un diagramma, che si sviluppa fundamentalmente in tre probabili e consuete tappe (o fasi), che si possono riassumere nell'usuale procedimento operativo e necessarie alla risoluzione dei noti problemi babilonesi di 2° grado.

Fase 1. In questa fase si procede rendendo il problema omogeneo e razionale (quindi, nel nostro caso, visualizzando la superficie rettangolare che geometricamente lo interpreta) per farlo entrare, come un corpo componente, nel diagramma che andrà successivamente costruito o imbastito nella fase 2.

Fase2. In questa fase, si procede al componimento del diagramma in argomento, con una forma simmetrica particolare, conosciuta nella nostra architettura come: "figura a modulo quadrato". Una sorta di composizione fatta con quattro superfici rettangolari identiche e preliminarmente quadruplicate col problema dato, incrociando perpendicolarmente, sia le superfici rettangolari, sia quindi, i medesimi e rispettivi lati di ognuna, mediante una disposizione contigua e alternata, "verticale-orizzontale" e sequenziale, dove la lunghezza esterna di ognuna si prolunga con la larghezza esterna dell'altra superficie consecutiva, mentre la larghezza interna di ognuna va congiungersi con la lunghezza interna dell'altra consecutiva, imbastendo così un diagramma che mette in contatto i lati alterni dei singoli rettangoli, facendo in modo che si tengono reciprocamente fra loro **(14)**, concatenandosi così con un intreccio incrociato quadrangolare retto, in ordine circolare e con un senso, a piacere, orario o antiorario.

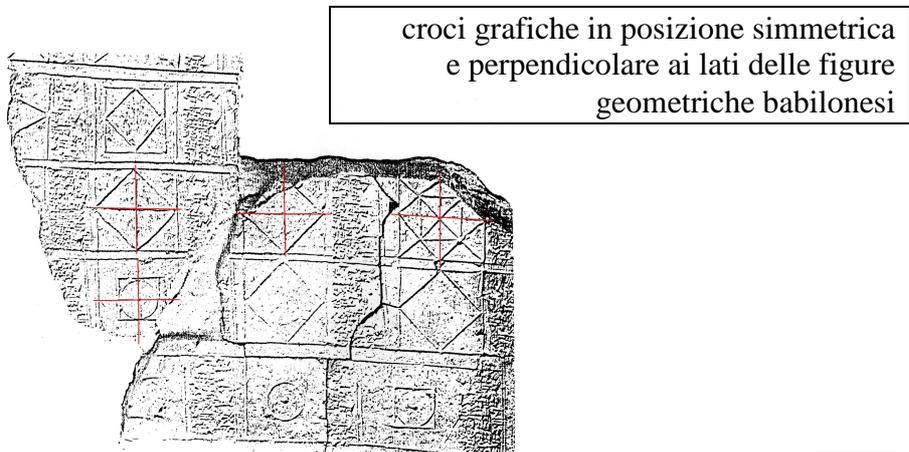
Un diagramma di straordinaria simmetria, **(15)** probabilmente ricavato e osservato, da qualche tecnico-artigiano babilonese (o sumero), nell'intento di studiare nuovi intrecci a mosaico o modelli in scala ridotta di costruzioni edili o semplici intrecci scaturiti da una posatura degli innumerevoli mattoni prodotti per le loro costruzioni urbane fortificate. Non ci sono documenti espliciti in proposito, ma gli esempi qui esposti, possono risultare utili a far intravedere già nell'arte figurativa

sumerica, una sensibile presa di coscienza verso questa forma geometrica, che avrebbe rievocato in una mente creativa, quel riflesso condizionato che sarebbe sbocciato facilmente verso un'immagine geometrica concretamente espressiva e imbastita, a modulo quadrato, mediante quattro mattoni o formelle rettangolari d'argilla **(16)**.

D'altra parte, la semplice costruzione a secco, di un modellino tridimensionale di una torre, per una cinta muraria, a base quadrata e cava nel suo interno, eretta con quattro mattoni rettangolari uguali per ogni strato, nel garantire stabilità e resistenza di legatura negli angoli (concetti costruttivi ben noti agli antichi babilonesi), richiede obbligatoriamente una posatura a sezione geometrica a modulo quadrato e sfalsata tra i vari strati, in modo che i giunti non siano uno sull'altro. Inoltre, anche una pavimentazione con mattoni rettangolari, disposta a quadrati concentrici, porta ad avere, nella posa centrale, una figura obbligatoria a modulo quadrato, identica al diagramma. Ritroviamo sezioni a modulo quadrato anche nelle prime costruzioni cinesi in mattoni risalenti al V secolo a.C. (**Vedere allegati: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10**)

Fase 3. In quest'ultima fase, si inserisce il principio della semisomma e semidifferenza, posizionando semplicemente sul diagramma imbastito, la croce simmetrica, che lo fraziona in quattro parti uguali.

Una croce, scaturita probabilmente in modo fortuito, incrociando delle corde di allineamento, su una sezione geometrica a modulo quadrato, in fase di operazioni o progettazioni edili, ma che si ritrova o si intravede spesso, come elemento appartenente ad uno stile grafico geometrico, direi familiare alla stessa geometria matematica babilonese, riscontrabile sulla tavoletta B.M.15285 **(17)** del 1800 a.C. in cui si propongono dei problemi sul quadrato;

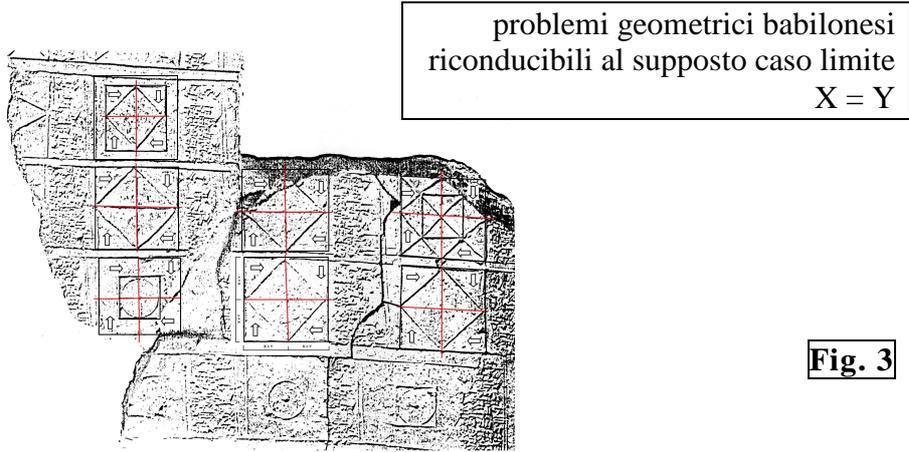


croci grafiche in posizione simmetrica e perpendicolare ai lati delle figure geometriche babilonesi

Fig. 2

una tavoletta che sarà inoltre, di supporto grafico correlativo con la matematica contenuta nei testi delle tavolette cuneiformi appartenenti allo stesso periodo e tradotte dagli specialisti.

La fase 3 di fig. 1 (o di fig. 8) correlandola con la stessa tavoletta sopracitata, la possiamo potenzialmente intravedere coi problemi esposti e ipoteticamente riconducibili al supposto caso limite: “ $X = Y$ ”, in un linguaggio geometrico babilonese che risulterebbe facilmente comparabile ed eloquente.



problemi geometrici babilonesi riconducibili al supposto caso limite $X = Y$

Fig. 3

Questa semplice croce, posta centralmente in modo simmetrico nonché perpendicolare coi lati del diagramma, visualizza sorprendentemente, sulla base del principio della semisomma e della semidifferenza, una regola unica di risoluzione per i problemi connessi con le superfici, ma soprattutto estensibile e valida in generale per la risoluzione dei problemi di 1°, 2° e 3° grado.

La croce di simmetria, (vedere fig. 1) in quell'esatta e perpendicolare posizione baricentrica al diagramma, individua automaticamente, in parti uguali e simmetriche, i quattro rispettivi quadrati della semisomma, $4[(X+Y)/2]^2$ e della semidifferenza $4[(X-Y)/2]^2$ e coincide sempre, come vedremo, quale linea di frazionamento (quello che fraziona il diagramma in quattro parti uguali) esplicitata nella terminologia dello scriba e tradotta dagli specialisti coi termini: "Tu frazionerai o tu dividi", che compare nei testi matematici rinvenuti nelle tavolette cuneiformi.

Questa semplice applicazione della croce simmetrica sul diagramma, ha prodotto probabilmente, un inaspettato e sorprendente strumento matematico algoritmico dotato di notevole potenzialità, unicità e polivalenza; paragonabile, per importanza, con l'altro probabile strumento matematico in uso presso i Babilonesi cioè: l'abaco, con la sola differenza, che il diagramma veniva usato per visualizzare le identità e i procedimenti di risoluzione dei problemi anziché per effettuare le pure e semplici operazioni matematiche. E' altresì noto che i Babilonesi utilizzavano tabelle di calcolo per le moltiplicazioni, divisioni, cubi, costanti ecc.

Le fasi 1 e 2 di fig. 1 sono in buona parte preliminari o di preparazione al problema, allo scopo di giungere ad imbastire il diagramma con la quadruplicazione del problema dato, onde poter posizionare in punti noti ,sullo stesso, la croce simmetrica che lo fraziona.

La fase 3 di fig.1 è quella che, con l'applicazione del principio in argomento, mediante la croce simmetrica posta sul diagramma, entra dritta al cuore del problema e individua, prevalentemente, in ogni quarta parte dello stesso, nonché in quella immediatamente aderente o confinante, i necessari passaggi algebrici o quelli fondamentali rimanenti, per giungere alle grandezze lineari necessarie ed esplicate nella terminologia dello scriba col termine: “equilaterale”, quindi alla soluzione o alle soluzioni desiderate, sfruttando l'identità che compare visualizzata sul diagramma (18):

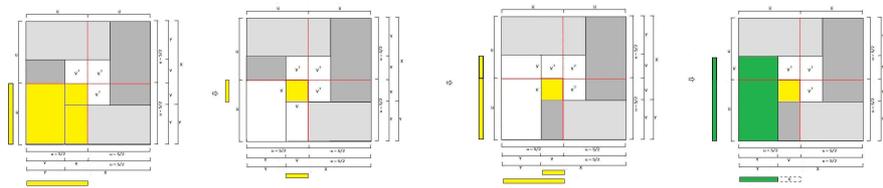


Fig. 4

$$[(X + Y)/2]^2 - XY = [(X - Y)/2]^2$$

Con: $X = U + V; Y = U - V; (19) U = S/2; V^2 = (S/2)^2 - b$

Notare come la superficie rettangolare, XY, in ogni quarta parte del diagramma, risulta facilmente individuata e computata con la forma gnomonica equivalente che, aggiunta al quadratino della semidifferenza, visualizza il completamento del quadrato della semisomma.

Il diagramma, con le sue fasi, di fig. 1 e fig 4, rappresenta un paradigma di base (o standard) per i problemi di 2° grado, intorno e all'interno del quale gravitano, tutti gli altri di ugual grado (o anche di grado superiore), ma soltanto più elaborati.

Queste fasi, visualizzate geometricamente, potevano essere, sia incise sulle tavolette d'argilla, sia (forse più facilmente e frequentemente) concretizzate con la realizzazione preliminare

di vari pezzetti di laterizi o frammenti geometrici d'argilla: quadrati, rettangoli, triangoli ecc. per il diagramma bidimensionale; cubi, parallelepipedi, prismi, ecc. per lo stesso diagramma ma sviluppato alla terza dimensione, componendo così a mosaico questa probabile tassellatura, sia nel piano, sia nello spazio, di un diagramma rispettivamente, quadratico o cubico, risolvente. **(20)**

Molti problemi, sono stati poi elaborati e impostati dai babilonesi, dalla forma normale di base a modulo quadrato **(21)**, a cui si riconducevano, in crescenti gradi di difficoltà, con varie combinazioni geometrico - numeriche ma anche, di “grado dimensionale (o esponenziale)” diverso. **(22)**

Non dobbiamo dimenticare, che i babilonesi si sono dimostrati nella pratica, degli abili artigiani e costruttori edili, nonché dei veri contabili e questa tecnica algebrica con laterizi componibili mediante una tassellatura a frammenti geometrici d'argilla, pur empirica e rudimentale, appare più collegata ad un programma di studio indirizzato agli scribi per diventare, nell'organizzazione statale, dei buoni e necessari tecnici specializzati nelle arti e nei mestieri e non finalizzata alla sola ricreazione dello spirito. Quindi, una tecnica ausiliaria ideale per preparare lo scriba, ad una maggiore confidenza con progettazioni tecniche, artigianali e artistiche nonché al computo del ragioniere.

Riassumendo, il diagramma geometrico risolvente si può suddividere in:

- 1) Diagramma lineare risolvente, che coincide con la dimostrazione del principio della semisomma e della semidifferenza (Allegato 1) e che raggruppa tutti i problemi di 1° grado.

- 2) Diagramma quadratico risolvente che raggruppa tutti i problemi di 2° grado (fig. 1 e fig.4) e oggetto principale del presente lavoro.
- 3) Diagramma cubico risolvente che raggruppa tutti i problemi di 3° grado. (Aldo Bonet L'Educazione Matematica, da pag 205 a pag. 212, del 3/12/1989)

La soluzione di un problema quadratico, cubico o di grado superiore, consisteva quindi nel ridurlo gradualmente al diagramma inferiore precedente o ad un diagramma inferiore noto, che permetteva di giungere fino al diagramma lineare risolvente di base e che coincideva quindi, con la soluzione più semplice per le due grandezze incognite, le quali si configuravano nella condizione necessaria e sufficiente, solo quando era possibile ottenere a fianco della loro somma, anche la loro differenza o viceversa; **(23)** l'algoritmo era di conseguenza basato su un criterio a scatola, di chiusura dimensionale: "Cubico, quadratico e lineare".

Nella fase 2 di fig. 1, osservando bene il diagramma quadratico risolvente, si può estrapolare e visualizzare l'identità algebrica:

$$(A) (X+Y)^2 - (X-Y)^2 = 4XY; \text{ presente anche nella proposizione II.8 degli Elementi di Euclide, nonché rilevabile sul Plimpton 322 utilizzata dai babilonesi per giungere al loro equivalente "Teorema di Pitagora"}(24)$$

Nel Libro: Matematica i luoghi e i tempi vol 1 a cura di Bartocci e Odifreddi; a pag. 28 del capitolo: le origini, di Jens Høyrup leggiamo: "e in più un altro degli enigmi matematici della tradizione laica (trovare i lati di due quadrati concentrici, quando l'area del nastro intermedio e la sua larghezza sono dati)"; un enigma matematico della tradizione laica, ma come si vede, svelato e risolto con l'identità (A) sopraindicata e visualizzata sul diagramma d'argilla.

Notare come l'intera area occupata o interessata dal diagramma quadratico risolvete è maggiore di quella normalmente interessata dal problema quadruplicato e internamente collocato: $(X+Y)^2 > 4XY$.

3. Il criterio di scivolamento o rotazione del quadrato sul diagramma, che stava probabilmente alla base dei problemi del scivolamento del palo o della canna.

Se sviluppiamo la stessa identità (A) sopracitata, nella conseguente:

(B) $(X+Y)^2/2 + (X-Y)^2/2 = 4XY/2 + 2(X-Y)^2/2$, la ritroviamo nuovamente a pag. 16 dello stesso capitolo di Jens Høyrup quando dice: "Una tavoletta ci presenta un esempio più sofisticato di sapere geometrico senza utilità pratica: il fatto che un trapezio viene diviso a metà da una linea parallela alle basi il cui quadrato è la media aritmetica fra i quadrati di esse":

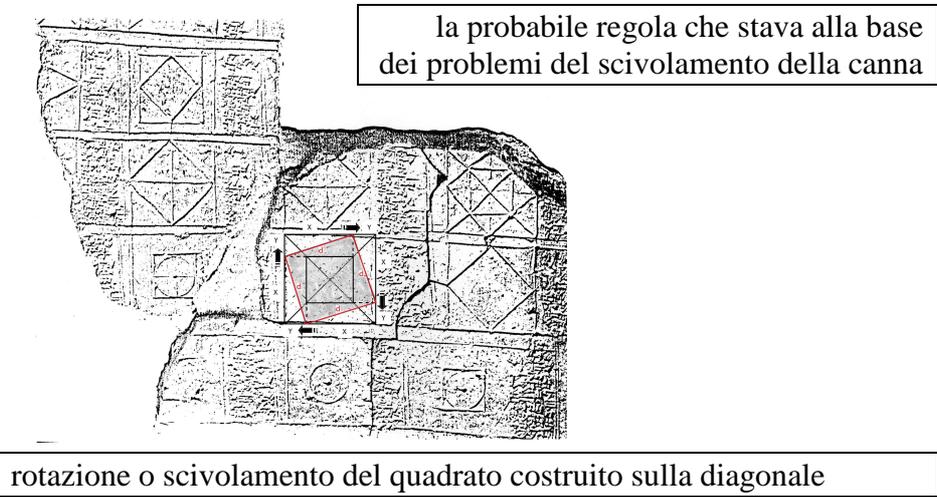
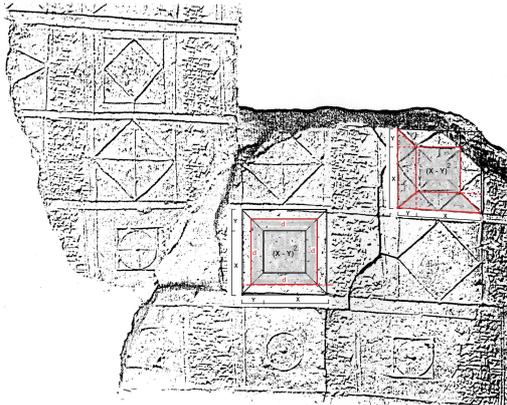


Fig. 5

$$(X + Y)^2 / 2 + (X - Y)^2 / 2 = 2XY + (X - Y)^2 = d^2$$



superfici equivalenti al quadrato costruito sulla diagonale
vedere fig. 3 pag. 203 L'Educazione Matematica 3/12/1989

Fig. 6

Il quadrato medio aritmetico, non è altro che il quadrato costruito sulla “diagonale” del rettangolo equivalente al trapezio e contenuto nel diagramma quadratico risolvente, ovvero costruito sulla nostra più familiare “ipotenusa”.

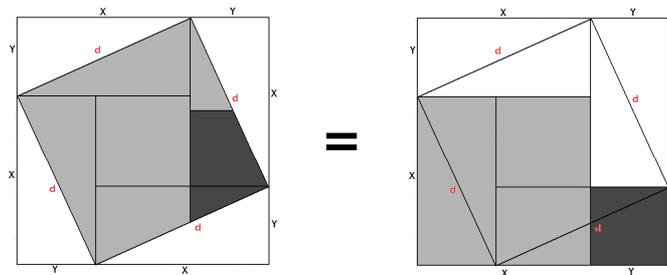
Se il quadrato (d^2) , della fig. 5, lo facciamo ruotare o scivolare fino a posizionarsi, in modo concentrico e con i lati fra loro paralleli, s'interporrà matematicamente, per logica conseguenza, come in fig. 6, nella media aritmetica tra i due rispettivi quadrati di riferimento, di area : $(X + Y)^2$; $(X - Y)^2$.; una tecnica geometrica facilmente visualizzabile nella sua dinamicità, mediante tre elementi geometrici d'argilla fra loro sovrapposti e di forma quadrata (25); un criterio empirico di base, che ha probabilmente ideato i noti problemi del scivolamento del palo o della canna.

4. La tassellatura con mattoni che ha generato una importante regola generale.

E' sufficiente, per una verifica algebrica, sviluppare il primo o il secondo membro dell'identità (B) sopracitata ed ottenere la somma dei quadrati costruiti sui "lati" del rettangolo, ovvero sui nostri e più famigliari "cateti": $X^2 + Y^2$; per i babilonesi era più facile giungere alla suddetta verifica geometrica, mediante la loro tecnica di tassellatura con il loro diagramma quadratico risolvente, opportunamente impilato nelle varie fasi dimostrative con mattoni rettangolari, mezzi mattoni rettangolari o triangolari, mattoni quadrati, mezzi quadrati, gnomoni ecc. (vedere allegato 11)

Il criterio sopracitato, associato alla tecnica di tassellatura con mattoni ha generato probabilmente la seguente e importantissima regola contenuta nel diagramma:

REGOLA GENERALE BABILONESE DELLA RELAZIONE TRA I LATI E LA DIAGONALE DEL RETTANGOLO



ovvero dell' equivalenza tra le superfici costruite sui lati e quella costruita sulla diagonale del rettangolo, verificabile col criterio della equicomposizione o equiscomposizione delle superfici

Fig. 7

(Notare la notevole analogia col diagramma cinese per la dimostrazione della medesima identità algebrico geometrica; consiglio di leggere il lavoro di Karine Chemla: “Matematica e cultura nella Cina antica” presente sul Libro “ la Matematica ” i luoghi e i tempi vol 1 a cura di Bartocci e Odifreddi Einaudi 2007 nonché Paolo Zellini in “Gnomon una indagine sul numero “ Adelphi edizioni 1999 pagg. 273, 274).

Questa è una regola generale (e non limitata a casi particolari) che ci fa ipotizzare due osservazioni interessanti:

5. Due osservazioni interessanti

OSSERVAZIONE N° 1:

Il “Teorema di Pitagora”; una scoperta originale delle Civiltà arcaiche, avvenuta con il loro diagramma.

Il “Teorema di Pitagora” poteva essere stato così trovato indirettamente dai babilonesi probabilmente, almeno 1000 anni prima di Pitagora stesso (**26**), tramite il diagramma quadratico risolvete, utilizzato per l’esclusiva ricerca delle soluzioni dei problemi di 2° grado, ma con una diversità algebrica più nella forma che nella sostanza, rispetto a quella di Pitagora storicamente a Lui attribuito e cioè: i “cateti” intesi così come noi li conosciamo, quali lati adiacenti all’angolo retto di un triangolo rettangolo, venivano elusi e interpretati dai babilonesi sempre e comunque come i lati del rettangolo di appartenenza, ovvero come le incognite di un problema di 2° grado da ricercare e quindi, come i lati di una superficie rettangolare anziché triangolare (Vedere Renè Taton in “Histoire Generale des sciences, La science Antique et Medievale “ Vol 1, 1957 pagg.118 e 119).

E’ interessante notare che anche gli indiani, nei Sulvasutra, conoscevano questa regola (ved. Carl B. Boyer in “Storia della Matematica“ pag. 243).

Un problema legato alla Regola Generale Babilonese e connessioni con le altre Civiltà.

Un problema emblematico è quello della tavoletta Db₂-146 di cui a pag. 98 del Libro, Storia dell'Algebra ,Silvio Maracchia,Liguori 2005 nonché a pag 257 del Libro di Jens Høyrup, Lengths, Widths, Surfaces, Springer 2002, che si costruisce con le fasi seguenti e dentro il solito diagramma quadratico risolvete.

Il problema,tradotto algebricamente, è il seguente:

XY = 3/4 ; d = 5/4

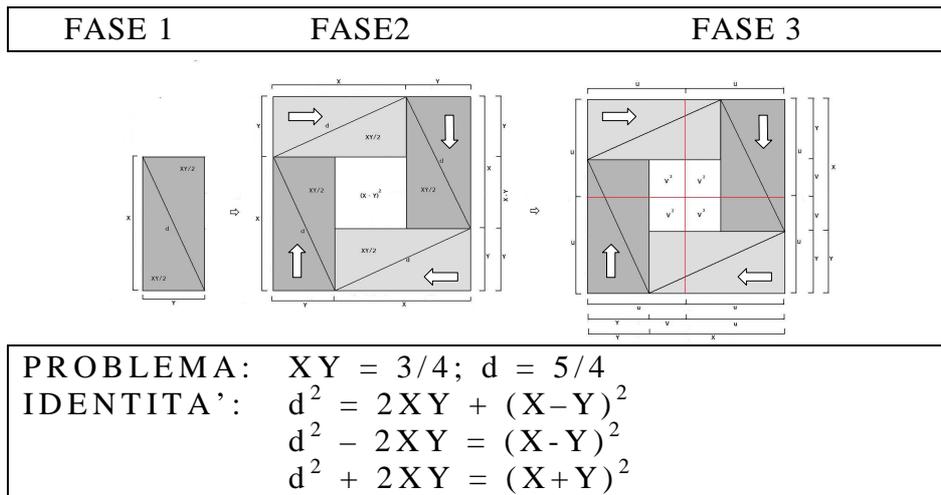


Fig. 8

Nella fase 1 si razionalizza il problema, per inserirlo nella fase 2.

Nella fase2 si compone il diagramma a modulo quadrato come indicato per il precedente problema “standard” di Fig.1, dove si compiono, una prima serie di passaggi algebrici preliminari, schematizzati con le identità visualizzate e perfettamente correlati con quelli dello scriba, che portano a conoscere la differenza dei lati del rettangolo, riducendo il problema a quello tipo “differenza e prodotto” risolto conclusivamente, nella fase 3 successiva.

Nella fase3 si inserisce il principio in argomento, posizionando sullo stesso diagramma, in punti noti, la croce simmetrica che lo fraziona in quattro parti uguali, semplificando l’individuazione dei rimanenti passaggi algebrici e che porta lo scriba alla soluzione lineare conclusiva desiderata, così come indicati nella tavoletta. (**Vedere allegato 12**)

I calcoli mostrati dallo scriba per la verifica del problema, si possono perfettamente visualizzare con quanto abbiamo già verificato in precedenza, mediante lo stesso diagramma di cui alla regola fig.7, nonché in fig.9 e 10 che andremo successivamente a sviluppare.

Come conclusione a questo problema, è interessante osservare che le identità ravvisabili sul diagramma in fig.8, sono le stesse elencate dall’anonimo esponente di una corrente matematica persiana del X secolo, autore di un manoscritto incluso nel Codice 952b del “Supplément arabe” dell’allora Biblioteca imperiale di Parigi. Questo anonimo maestro non conosceva l’opera di Diofanto (250 d.C.), ma molto bene quella di Euclide (300 a.C.). Le identità in argomento, che non si trovano negli Elementi, erano invece presenti e applicate nell’Aritmetica di Diofanto alla proposizione V,7. (27)

Mesopotamia e antica Cina, una stupefacente connessione.

Troviamo ancora, a testimonianza di una notevolissima e diretta influenza algebrico geometrica babilonese o di una tradizione comune per entrambe le civiltà, le stesse identità e lo stesso visibile diagramma quadratico risolvente composto a mosaico con l'uso equivalente di figure geometriche ritagliate con carta colorata, nello "gnomone degli Zhou", un documento dell'antica Cina risalente alla dinastia Han (206 a.C. -220 d.C.) dove la dimostrazione equivalente al "Teorema di Pitagora" è perfettamente identica. Joseph Needham, *Scienza e Civiltà in Cina*, Vol III parte I, Einaudi 1985, pag.28, 120, 121, 122, 123, 124, 125.

Notevole è l'analogia tra lo studio geometrico cinese dei solidi presenti nei "Nove capitoli sui procedimenti matematici" risalente alla stessa dinastia Han e quello babilonese col diagramma cubico risolvente (vedere A. Bonet fig .4 pag .207 e fig. 6 pag. 209 *L'educazione Matematica*. 1989; Karine Chemla: "Matematica e cultura nella Cina antica" presente sul Libro " *la Matematica* " i luoghi e i tempi vol 1 a cura di Bartocci e Odifreddi Einaudi 2007; Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics – World Scientific* 2007 – da pag. 202 a pag. 210)

OSSERVAZIONE N°2:

I problemi del scivolamento del palo o della canna delle Civiltà arcaiche, erano strettamente collegati al diagramma geometrico risolvente a modulo quadrato.

La ricerca di un sapere geometrico, come quello sopracitato, ha probabilmente, a mio parere, innescato e prodotto indirettamente sin dal periodo babilonese più antico, una regola generale rivelatasi valida per i triangoli rettangoli e perfettamente applicata con i problemi, noti come i problemi del scivolamento del palo o della canna e rinvenuti sulle tavolette BM 34568,12

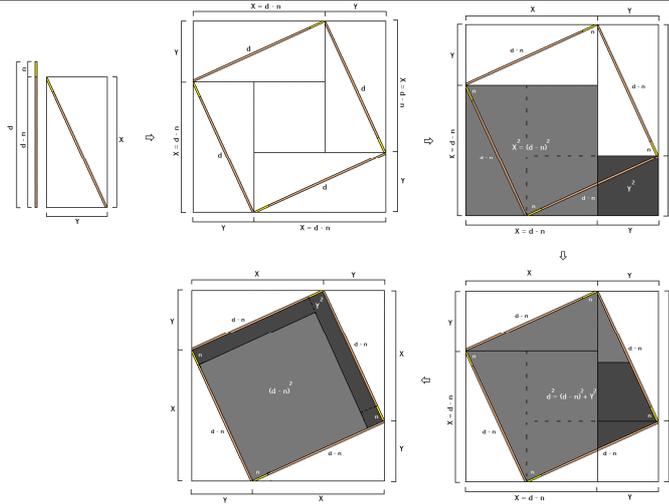
(periodo seleucida) e BM 85196,9 (antica matematica babilonese), (28) correlati, per simile dinamicità, tra il movimento di scivolamento della “canna” e quello per rotazione o di scivolamento del “quadrato” sopracitato costruito sulla diagonale, ovvero sul suo lato equilaterale che coincide con “l’ipotenusa pitagorica”.

A differenza del “teorema di Pitagora”, per i babilonesi questa regola generale e presumibile che veniva applicata sempre in forma indiretta al triangolo rettangolo, in quanto legata e ancorata alle identità algebriche visualizzabili sul loro diagramma quadratico risolvente, svolto unicamente alla risoluzione dei problemi di 2° grado e quindi più collegato a superfici quadrate e rettangolari, dove di conseguenza condizionava i passaggi algebrici dello scriba che possiamo osservare, alquanto inusitati e schematici nel giungere alle soluzioni dei problemi e dove lo portavano a ripercorrere e a dilungarsi in passaggi algebrici ripetitivi laddove, non ce ne sarebbe stato bisogno. (29)

Difatti, servendoci del solito diagramma quadratico risolvente e costruendo internamente i problemi sopracitati (noti come i problemi del scivolamento del palo o della canna) per poi svilupparli nelle seguenti fasi, possiamo osservare:

PRIMA IPOTESI

FASE1 FASE2 FASE3

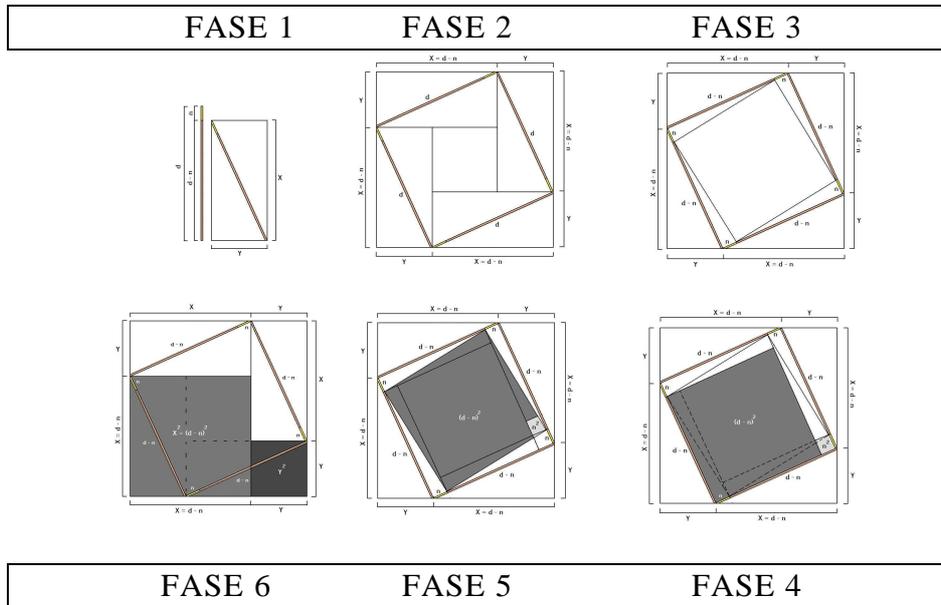


FASE 5 FASE 4

PROBLEMA: BM85196 n°9; d = 30; n = 6; Y = ?
 BM34568 n°12; d = ?; n = 3; Y = 9
IDENTITÀ: $d^2 = (d-n)^2 + Y^2$
 $d^2 = (d-n)^2 + 2n(d-n) + n^2$
 $2nd = Y^2 + n^2$

Fig. 9

SECONDA IPOTESI EQUIVALENTE



<p>IDENTITÀ: $d^2 = (d-n)^2 + n^2 + 2n(d-n) = (d-n)^2 + Y^2 = d^2;$ $2nd - n^2 = Y^2$</p>

Fig. 10

Nella fase 1, si inserisce nel rettangolo “il palo di canna” del problema che coincide esattamente con la diagonale del rettangolo XY, come per il problema di Fig. 8.

Nella fase 2, come per i problemi precedenti, si compone il diagramma con la superficie che contiene internamente la “canna” posta nella diagonale e si imbastisce a modulo quadrato.

Le fasi 4 e 5 di fig. 9 sono solo specifiche per visualizzare i passaggi del problema n°12 BM 34568 che contiene la variante:

$d^2 = (d - n)^2 + Y^2$; quindi: $2 nd = n^2 + Y^2$.; con $n=3$, $Y=9$
(vedere l'equivalente fig. 10).

La fase3 di fig.9, identica per entrambi i problemi, visualizza l'identità algebrica già vista col disegno di Fig.7 e come si può osservare, porta lo scriba a ripercorrere, per il problema n°12, una strada più lunga in quanto legata e condizionata dal solito diagramma quadratico risolvente, come in fase 5 di Fig.9.

Notevole è l'analogia del diagramma Babilonese nella fase3 di fig. 10 con il diagramma Cinese risalente al secondo millennio a.C. e presente nello Chou – Pei Suan –Ching, **(30)**, nonché l'analogia con i problemi sopraindicati, di uno stesso problema cinese presente sul libro Chiu-Chang Suan-Shu; questo spiega efficacemente la connessione di una medesima formula di risoluzione presente per problemi analoghi tra l'antica Cina e i Babilonesi e quindi, dell'esistenza di un identico criterio e diagramma tra le due antiche Civiltà. Lo stesso problema del scivolamento della canna lo troviamo anche nella Civiltà Egizia nel problema n° 24 del Papiro del Cairo (I sec. a.C.) **(31)**. Lo stesso diagramma e la stessa regola li troviamo nella tradizione Indiana e Islamica **(32)**. Si può dedurre, che chi conosceva il particolarissimo problema del scivolamento del palo o della canna, conosceva di conseguenza, il criterio del scivolamento del quadrato e quindi, il diagramma quadratico risolvente a modulo quadrato.

Nella equivalente fig. 10 alla fase 3, si può notare (solo a titolo di curiosità) come il procedimento di collegamento progressivo della diagonale, può essere ripetuto all'interno dell'ultimo quadrato costruito (o all'esterno del primo), producendo un terzo e poi un quarto quadrato e così via, in una progressione infinita. Notevole è l'analogia iterativa col pentagramma pitagorico.

**PROGRESSIONE INFINITA DEL QUADRATO COSTRUITO
SULLA DIAGONALE**

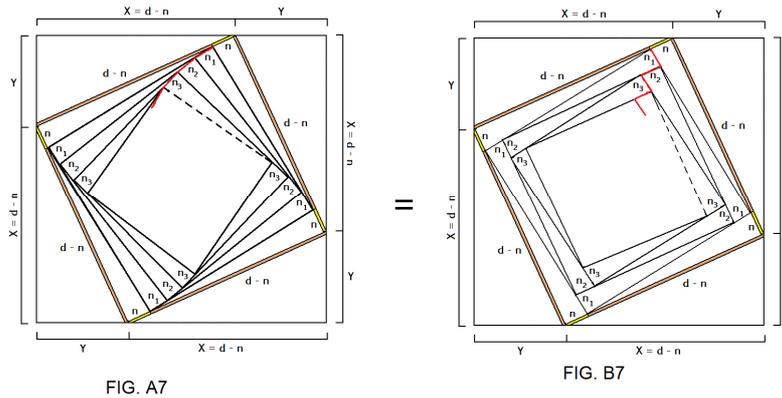


Fig. 11

Notare, nonostante la loro equivalenza, come la progressione infinita della Fig. 11/A7 è esteticamente e geometricamente differente rispetto a quella di Fig 11/B7; probabilmente anche un'attrazione estetica, deve aver giocato un ruolo determinante per uno studio che ha generato la prima presa di coscienza, iterando verso un concetto di "limite" e di "infinito" (33)

Inoltre, se dovessimo quadrettare l'area costruita sui quadrati dei lati X e Y (vedere fig. 9, fase 3) e l'area costruita sulla diagonale (fig. 9 fase 5) non possiamo non accorgerci della stupefacente analogia con la spiegazione geometrica sulle terne pitagoriche (lo gnomone dei pitagorici per i numeri dispari) che si attribuisce ai discepoli di Pitagora con quanto ci ricorda Plutarco e Proclo e che i babilonesi (così come per tutti coloro che conoscevano il diagramma), potevano aver sviluppato, per terne limitate a valori interi, allo scopo di dare una dimostrazione geometrica per casi particolari che rendevano didatticamente più elementare e percepibile la spiegazione dell'uguaglianza generale precedentemente osservata pari a: $2nd - n^2 = Y^2$.

**QUADRETTATURA DELLE SUPERFICI EQUIVALENTI DELLA
REGOLA GENERALE BABILONESE**

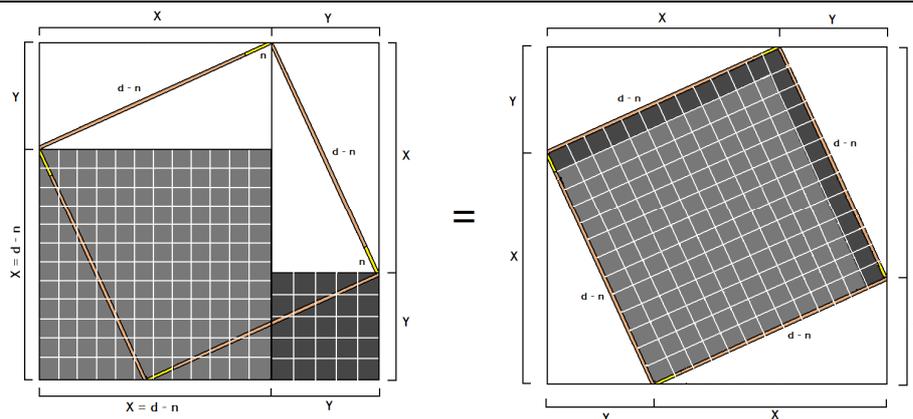


Fig. 12

Notevole è l'analogia e la presenza dello gnomone nei Sulvasutra di Apastamba. **(Vedere Allegato 13)** Inoltre, se pensiamo che l'uguaglianza che abbiamo interposto nel piano tra le varie fasi del diagramma quadratico risolvete, viste in Fig 9 e Fig.10, per i babilonesi era forse più agevole dimostrarla interponendola in altezza, **(Vedere allegato 11)** con le varie sovrapposizioni applicando un criterio di invarianza dell'area e della forma con il mutamento di composizione dei vari strati, ovvero impilando le varie fasi, ognuna corrispondente ad un livello del diagramma composto a frammenti geometrici d'argilla costituiti da mattoni, l'affinità tra la tecnica babilonese e quella della tradizione rituale vedica, per la costruzione degli altari, rafforzerebbe inequivocabilmente la connessione tra queste due antiche civiltà.

6. Due ipotesi conclusive

Si può concludere che, questa tecnica empirica, di una matematica fatta con mattoni, evidentemente, doveva essere applicata da tutte le

grandi Civiltà di costruttori (non per questo, necessariamente conosciuta); la presenza però, di un medesimo e particolare problema, presso i Babilonesi (o i Sumeri), Egizi, Indiani e Cinesi e che richiedeva la conseguente conoscenza di un altrettanto particolare e identico criterio, collegato ad un unico e polivalente diagramma risolvente, ci lascia sostanzialmente due ipotesi:

1) O i Sumeri hanno fatto scuola, sia ai loro diretti discendenti, sia alle altre Civiltà limitrofe

2) Oppure: Sumeri, Egizi, Indiani e Cinesi, erano in origine un'unica e forse più vasta Civiltà Madre, con un'unica lingua, cultura e territorio, che poi, per ragioni a noi sconosciute o biblicamente riconducibili (La Bibbia, Genesi 11), si sono successivamente divisi, stabilendosi ognuno in territori diversi, con lingue diverse, formando Civiltà diverse e mantenendo solo inizialmente, le stesse originali conoscenze e tradizioni culturali comunemente acquisite. **(34)**

7. I due tesori della geometria

Vorrei far notare ancora, quanto sarebbe stato facile, sia per i babilonesi, sia per i pitagorici (sia per tutti coloro che conoscevano lo stesso diagramma) osservare due particolari proprietà del diagramma d'argilla quadratico risolvente a modulo quadrato, suggerite sulla spinta di una semplice verifica con l'applicazione inversa della regola generale babilonese sopracitata e ravvisabile sul diagramma che visualizza il seguente quesito **(35)**:

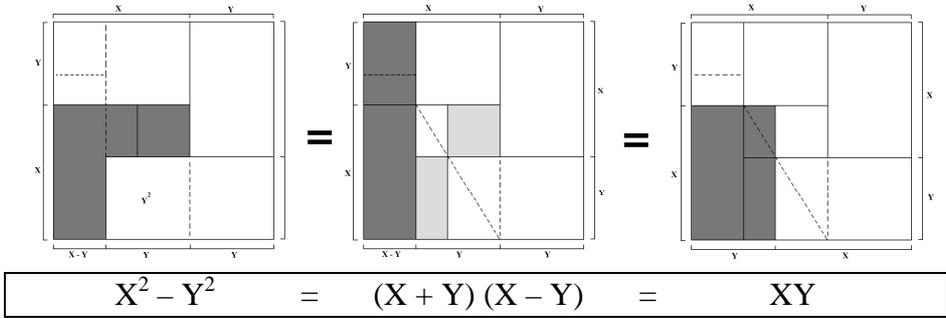


Fig. 13

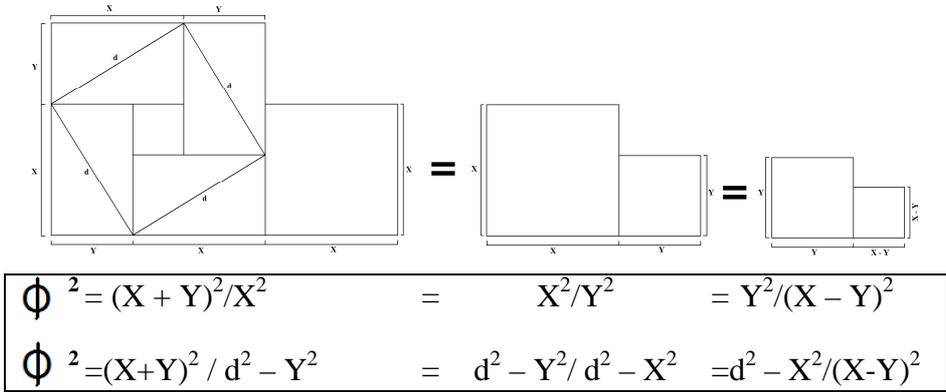
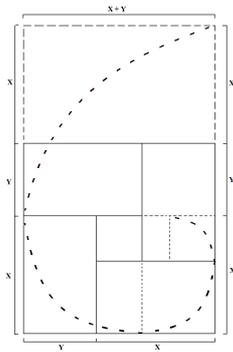


Fig. 14

PROPRIETÀ ITERATIVA DELLA SEZIONE
AUREA ALL'INTERNO DEL TETRAGRAMMA



Storia della Matematica pag. 132 - 133
Carl B. Boyer Mondadori 2002

Fig. 15

Cosa si verifica, quando la differenza tra i due quadrati costruiti sui lati di un rettangolo qualsiasi uguaglia la superficie dello stesso rettangolo? (Fig.13)..... Si verificano due curiose proprietà!

1) Anche il rapporto tra i due quadrati uguaglia quello tra gli stessi e i quadrati presenti nel diagramma costruiti in funzione dei lati del rettangolo e messi in rapporto tra loro. Questo particolare rapporto corrisponde al quadrato della “sezione aurea”. (Fig.14)

2) La seconda proprietà, strettamente collegata alla prima, vede anche i rispettivi lati degli stessi quadrati entrare fra loro in uguale rapporto, pari alla ben nota “sezione aurea”.(Fig.15)

Probabilmente, questa curiosa osservazione, è stata approfondita successivamente dai pitagorici che hanno avuto il merito di svincolarla dal diagramma d’argilla babilonese.

La troviamo in effetti con Euclide in una costruzione elegante fatta con riga e compasso presente nel libro II, proposizione 11

(esposta come un caso speciale della proposizione 6) e nel libro VI, proposizione 30.

Fondamentalmente, si può ipotizzare che i Babilonesi (nonché tutti i popoli che conoscevano la tecnica artigianale del diagramma) erano già, con buona attendibilità, consapevoli della generalità e potenzialità della loro regola empirica tra i lati e la diagonale di un mattone-rettangolare qualsiasi, ben 1000 anni prima di Pitagora e sempre grazie, al loro diagramma quadratico risolvente per i problemi di 2° grado, erano inoltre e probabilmente consapevoli di una seconda straordinaria e intrinseca particolarità presente nello stesso: quella che conduceva al noto rapporto aureo.

Possiamo affermare, che questo diagramma quadratico risolvente contiene intrinsecamente anche i due tesori della geometria ammirati da Keplero:(36)

1. Il “Teorema di Pitagora” o meglio la “Regola Generale Babilonese” che si visualizza e si verifica sempre in quanto la somma dei quadrati costruiti sui lati di un rettangolo qualsiasi, uguaglia sempre quella del quadrato costruito sulla sua diagonale;

2. Il “rapporto aureo” che si visualizza e si verifica solo e quando, la differenza dei quadrati costruiti sui lati di un rettangolo qualsiasi, uguaglia la sua stessa superficie.

8. La probabile strada graduale.

Vorrei far vedere inoltre, come col medesimo diagramma quadratico risolvete si può dimostrare efficacemente l'uguaglianza:

$$3\left\{\left[\frac{(X+Y)}{2}\right]^2\right\} + \left[\frac{(X-Y)}{2}\right]^2 = X^2 + XY + Y^2;$$

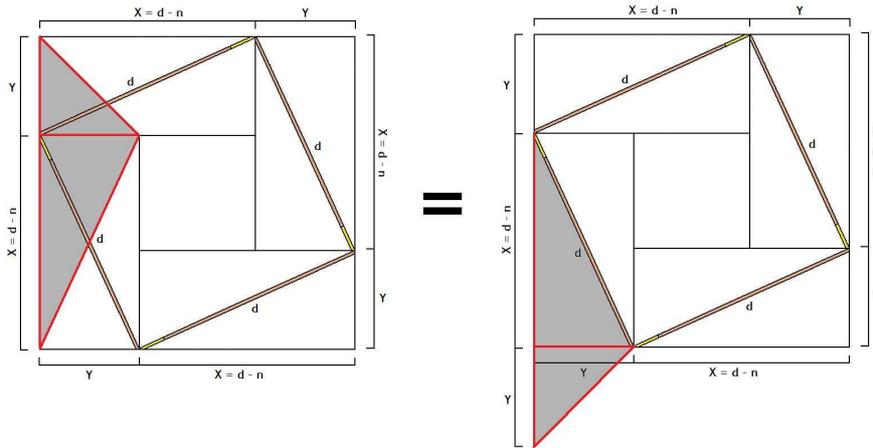
una dimostrazione già proposta nel 1978 da Tullio Viola e Livia Giacardi mediante un diagramma, utilizzato inconsapevolmente e per fini didattici, perfettamente identico con quello in argomento del presente lavoro e che aprirebbe un ulteriore indizio su una probabile connessione tra le Civiltà Orientali e quella Egizia. (37).

Probabilmente è dallo studio di uguaglianze come quella sopracitata che i babilonesi (o i sumeri) hanno intrapreso una strada, che gradualmente li ha condotti alla loro importantissima regola. (Vedere allegato 14)

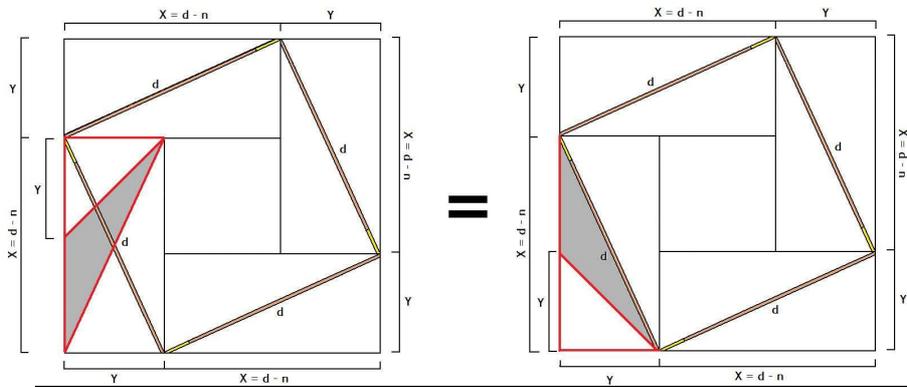
Il Plimpton 322, era forse il teorema di Lazare Carnot dell'antichità?

Rimanendo ancora in tema con la cultura babilonese, si può ipotizzare che la famosa tavoletta n° 322 (circa 2000 a.C.) della Plimpton Collection, (38) rappresentava probabilmente, un arcaico tentativo dei babilonesi, di estendere ulteriormente la loro regola generale per applicarla ai triangoli non rettangoli o meglio, ai quadrangoli non rettangoli, in quanto i casi limitati all'angolo retto, erano probabilmente divenuti insufficienti nel risolvere i loro problemi pratici, o fin troppo esaustivi (ormai considerati di normale routine o prassi ordinaria), da tentarne una generalizzazione, magari suggerita o intravvista col solito diagramma quadratico risolvete. Il preludio alle proposizioni n° 12 e 13 raccolte da Euclide nel Libro II degli Elementi? (39)

**PROBABILE GENERALIZZAZIONE DELLA REGOLA
BABILONESE**



$X^2 + Y^2 = d^2 = (X + Y)^2 - 2XY$; PLIMPTON 322



$X^2 + Y^2 = d^2 = (X - Y)^2 + 2XY$; PLIMPTON 322

Fig. 16

9. Dall'Oriente a Pitagora

Per quanto sopraddetto, possiamo benissimo ipotizzare (ma è una ipotesi che avvalorata i dibattiti già sostenuti da altri studiosi) (40) che Pitagora nei suoi viaggi, fra cui sappiamo in Mesopotamia, deve aver sicuramente appreso la funzionalità polivalente di questo diagramma che permetteva anche la risoluzione empirica con mattoni, dei problemi di 2° grado sopraccitati, il quale, al suo ritorno in Patria e stabilito a Crotona, non avrebbe fatto altro che aprire e gestire, una scuola analoga con un bagaglio culturale appreso sulle conoscenze matematiche millenarie delle rinomate scuole dell'oriente, sradicandosi poi rapidamente, estrapolando, rielaborando e arricchendo quei fondamenti generali, algebrico-geometrici, già esaurientemente espliciti e basilari della cultura matematica mesopotamica ma ancorata al loro magico diagramma d'argilla, chiamando, nel caso del teorema a Lui attribuito, semplicemente "cateti" i "lati" del rettangolo e "ipotenusa" la sua "diagonale", svincolando così dal diagramma la "Regola Generale Babilonese" e inquadrandola sotto il profilo esclusivo della figura geometrica del "triangolo rettangolo", anziché del "rettangolo" a cui era collegata.

Svincolarsi dal diagramma d'argilla, significava svincolarsi da quella tecnica particolarmente empirica - artigianale di tassellatura a frammenti geometrici fatti con mattoni mobili e sovrapponibili, usata nelle scuole orientali del sapere, che mal si conciliava con l'evoluzione in atto nella Magna Grecia, mediante una nuova tecnica, fatta con l'uso di riga e compasso indispensabile ad una rappresentazione grafica sul papiro, quest'ultimo, una vantaggiosa novità importata dall'Egitto, che iniziava gradualmente ad imporsi (41) come valido ausilio unificante di comunicazione, sia culturale sia amministrativa, politica e commerciale, sia della scrittura che della grafica ed esportato poi, in tutto il mondo classico.(42)

Il merito di Pitagora, celebrato tra i suoi successori, deve probabilmente attribuirsi al fatto che fu il primo, assieme ai suoi discepoli, a tentare di far uscire, una dopo l'altra, dal diagramma quadratico risolvibile, tutte quelle valide proprietà algebrico - geometriche in esso contenute e adattare una ad una, con soluzioni altrettanto valide e alternative mediante riga e compasso, in maniera astratta e puramente intellettuale che poi, sottoforma di proposizioni venivano raccolte fedelmente e per rispecchiare l'analogia unicità e potenzialità dimostrativa empirico - deduttiva del diagramma, tenute assieme o unificate mediante una necessaria e potenziale impalcatura dimostrativa assiomatico - deduttiva inevitabilmente da ricercare e che ritroviamo esplicitamente sugli "Elementi" di Euclide.

La forza matematica dei Babilonesi era avvenuta prevalentemente dentro il loro diagramma d'argilla unificante, quella dei Greci, grazie a Pitagora, era avvenuta, per necessità sociale e culturale, uscendo fuori dallo stesso diagramma, visualizzando e riproponendo sul piano descrittivo, solo ciò che serviva allo scopo ultimo e adattando, le proprietà algebrico - geometriche in esso contenute, alla nuova tecnica di riproduzione fedele su papiro, col solo uso di riga e compasso.

Quindi, fu il primo ad intuire coraggiosamente quello svincolo che ha trasformato la potenzialità del diagramma e la sua voluminosa tecnica artigianale, empirico - dimostrativa, adattandola a proprio vantaggio con gli strumenti "moderni" dell'epoca, per un vantaggioso mezzo innovativo della comunicazione, consentendo ai Greci di disporre di un notevole valore potenziale per raggiungere quel salto intellettuale e di qualità delle idee che ha contagiato lo spirito culturale delle future generazioni, producendo dopo di Lui, l'età eroica e di cui forse, per questo si sono sentiti fortemente debitori e riconoscenti nei confronti del "Pioniere Pitagora", deformando probabilmente oltremisura, la paternità e l'origine delle scoperte che la tradizione gli attribuisce.

10. Da Pitagora a Euclide

Possiamo ribadire, per quanto già esaminato, che Pitagora del “Teorema” a Lui attribuito ha avuto probabilmente il solo merito di aver tentato per primo, lo svincolo dalla sudditanza al diagramma quadratico risolvente, dovendo però a sua volta, alla pari della regola generale babilonese dimostrata empiricamente, cercare un’altrettanto valida dimostrazione generale alternativa e da costruire col solo uso di riga e compasso.(43)

Per questo motivo Euclide, spinto dalla consapevolezza di aver ereditato l’impronta nuova della cultura ellenica, ha raccolto la sfida generazionale lanciata da Pitagora, fornendo una brillante e quanto elegante dimostrazione di questo “Teorema” inserendola nei suoi famosi libri degli Elementi (44).

Una sfida innescata da Pitagora e dalla sua scuola, con la ricerca di nuove soluzioni alternative, verso tutti quei problemi di applicazione delle aree studiati e riproposti fedelmente, dove prima erano stati sempre visualizzati e risolti dai babilonesi, mediante il loro voluminoso diagramma polivalente.

Il diagramma viene smontato e riordinato in proposizioni che saranno raccolte sugli Elementi di Euclide.

Per rendersi conto di questo fatto, è sufficiente osservare tutte le costruzioni geometriche finali delle proposizioni, che servivano a risolvere i problemi algebrici, raccolte da Euclide, ad iniziare dai primi due libri degli Elementi e confrontarle con quelle che si possono intravedere ed estrapolare sul diagramma geometrico risolvente babilonese per la soluzione degli stessi problemi focalizzati principalmente nella quarta parte dello stesso, per convincersi della inequivocabile e analoga connessione. (45)

Euclide: LIBRO II – PROP. 1; $AD (AP+PR+RB)$

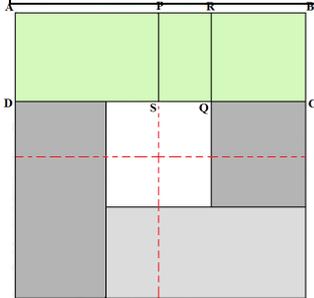
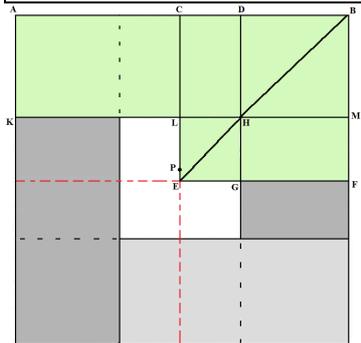
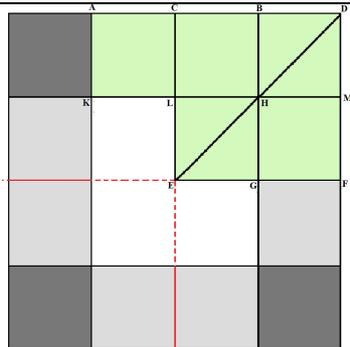


Fig. 17

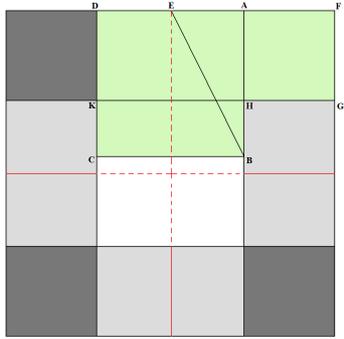
Euclide: LIBRO II – PROP. 5; $ax-x^2=b^2$



Euclide: LIBRO II – PROP. 6; $ax+x^2=b^2$



Euclide: LIBRO II – PROP. 11; $ax+x^2=a^2$



Euclide: LIBRO II – PROP. 4; $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

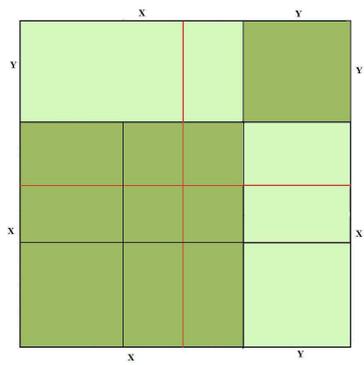


Fig. 18

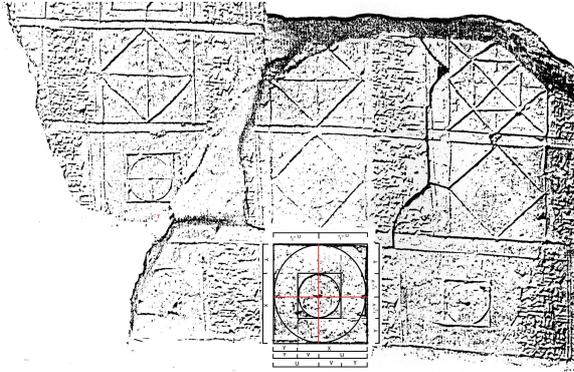
Non si può non cogliere l'evidente analogia dei temi di fondo presenti sui libri degli Elementi di Euclide con quello identico sui Sulvasutra, della matematica vedica Indiana, ove sono proposte soluzioni tecniche in tutto simili a quelle euclidee (46).

Una procedura di scomposizione del diagramma e ricomposizione, in un nuovo ordine geometrico, iniziata dagli Indiani ed emulata mirabilmente dai Pitagorici?

Lo stesso possiamo dire della matematica Islamica, con i diagrammi di Al-Khuwarizmi, dove appaiono evidenti entrambe le tradizioni matematiche sopracitate con quella Mesopotamica (47).

Certamente, quanto detto fin qui, fa parte della sfera delle congetture, che saranno più avanti rafforzate, per merito del diagramma geometrico risolvete dove, come vedremo in seguito, prenderà realisticamente forma e corpo dall'analisi di antichi problemi babilonesi contenuti nella tavoletta AO 8862. Tutto questo, lo vedremo in un articolo successivo.

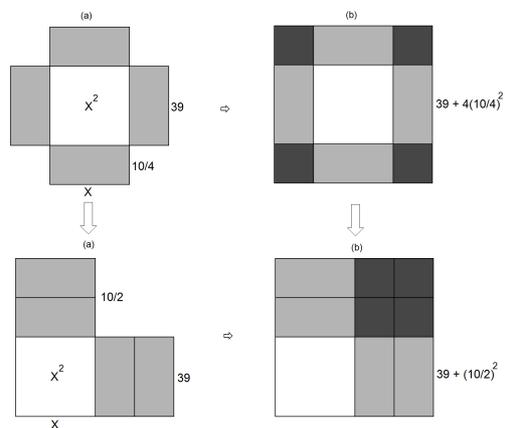
Allegato 1



$$\begin{aligned} X &= U + V = r_1 + r_2 \\ Y &= U - V = r_1 - r_2 \\ r_1 &= (X + Y)/2 = U \\ r_2 &= (X - Y)/2 = V \end{aligned}$$

Ipotesi di ricostruzione geometrica del principio della semisomma e della semidifferenza in uso presso i babilonesi

Allegato 2



Diagrammi geometrici risolvanti usati da al-Khuwarizmi per l'equazione: $x^2 + 10x = 39$

Silvio Maracchia, Storia dell'Algebra, Liguori 2005, pag. 151

Allegato 3

Il palazzo della simmetria



Un pavimento dell'Alhambra illustra un altro esempio del gruppo di simmetrie 442

Marcus du Sautoy, *Il Disordine Perfetto*, pag.107, Fig. 3.8, Rizzoli 2007.

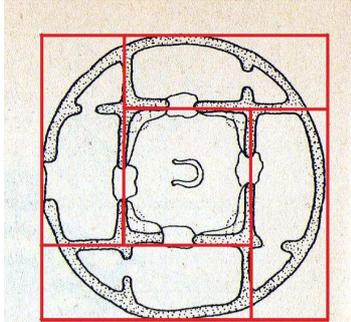
Allegato 4



Ceramica sumera "Susa" IV millennio a.C.

Andrè Parrot, *i Sumeri*, Feltrinelli 1968

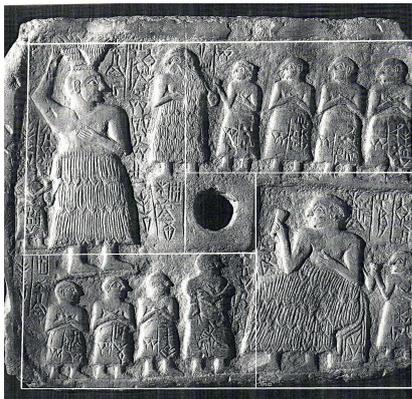
Allegato 5



Modellino di una casa sumerica del III millennio a.C.

La Matematica delle Civiltà Arcaiche, L. Giacardi, S.C. Roero, 1978

Allegato 6



Lastra votiva sumerica XXV secolo a.C.

Pierre Amiet, L'Arte Antica del Vicino Oriente, Garzanti
1994, pagg. 124, 368.

Allegato 7

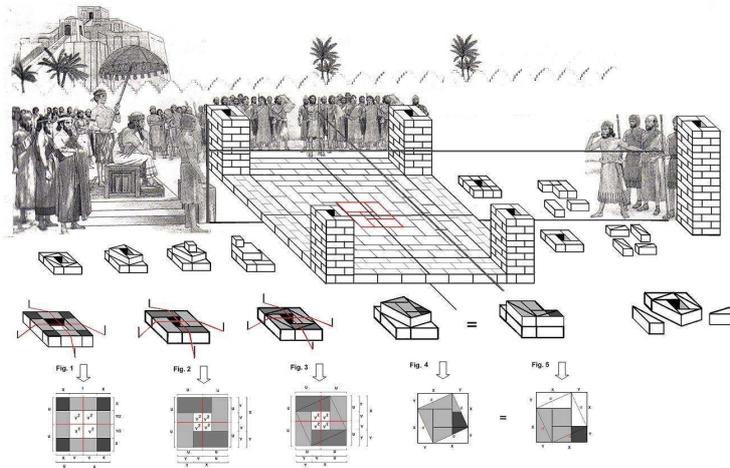


Stampo da cucina di Mari XVII secolo a.C.

Dai Sumeri ai Babilonesi, I popoli della Mesopotamia, Universale Electa/Gallimard

Joran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics* – World Scientific 2007 – pag. 167, Fig 7:9:4 e 169, Fig. 7:9:7:

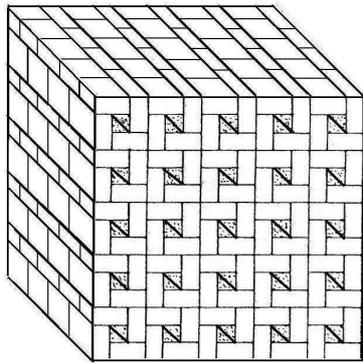
Allegato 8



Ipotesi di applicazioni tecniche e implicazioni empiriche, mediante mattoni, di una figura o diagramma a modulo quadrato, alla base dell'arte costruttiva e algebrica delle Civiltà arcaiche

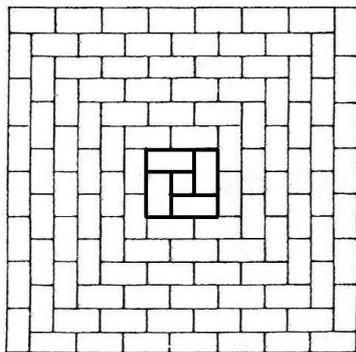
Allegato 9

Ipotesi di un solido e rapido stoccaggio di mattoni, per una fase finale di essiccazione che consente, un migliore utilizzo dello spazio, anche al coperto, con ottimale ventilazione.



Catasta di mattoni, con trama a modulo quadrato, forata su due facce

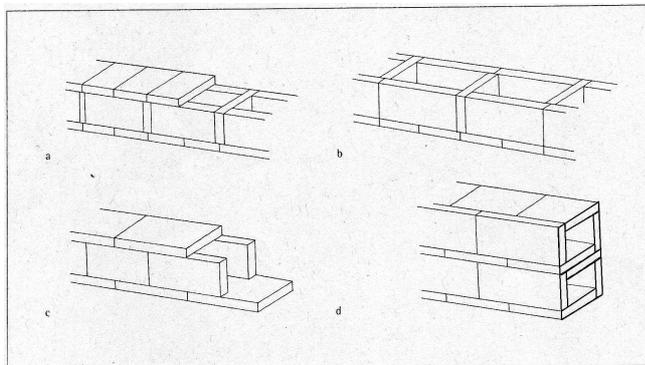
Allegato 10



Ipotesi di una pavimentazione quadrata con mattoni rettangolari a quadrati concentrici.

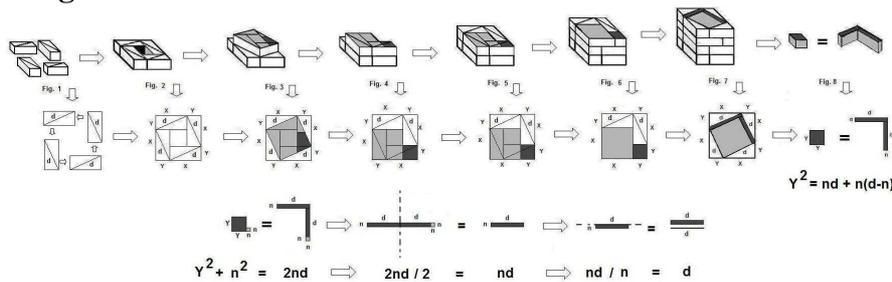
Le prime costruzioni cinesi in mattoni

In passato una certa propaganda nazionalistica ha attribuito al popolo cinese l'invenzione del mattone. Oggi questa visione appare superata, ma gli studiosi concordano sul fatto che tra il 500 a.C. e il 1000 d.C. si sviluppò in Cina una produzione di mattoni altamente qualificata che impiegava tecniche radicalmente diverse da quelle occidentali.

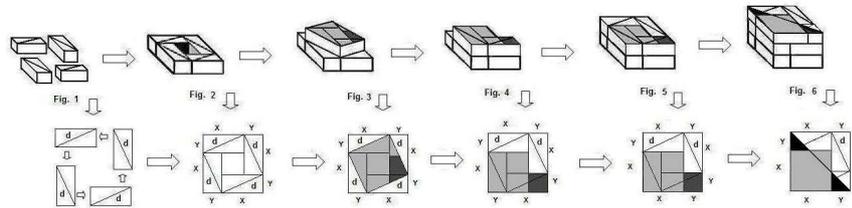


Il mattone e la sua storia, 8000 anni di architettura, James W.P. Campbell – Will Pryce, Bolis Edizioni 2003

Allegato 11



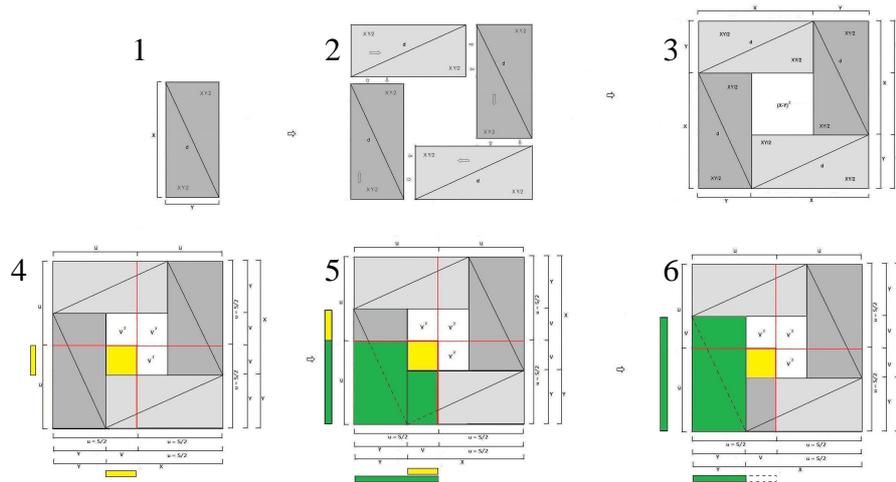
Ipotesi di dimostrazione empirico - deduttiva, della regola generale babilonese mediante mattoni, tra la diagonale e i lati di un mattone rettangolare qualsiasi.



$$d^2 = X^2 + Y^2; X^2 + Y^2 = (X + Y)^2/2 + (X-Y)^2/2$$

Allegato 12

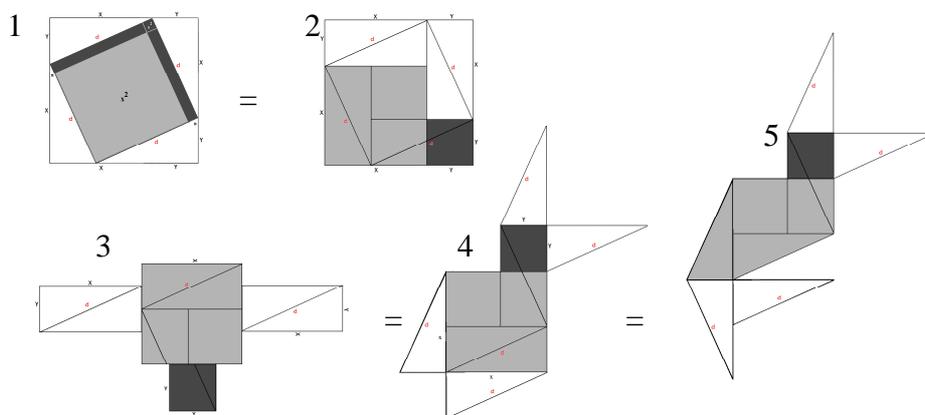
Tav. Db₂ - 146



Visualizzazione degli schemi algebrici, seguiti dallo scriba e che compaiono sul diagramma.

Allegato 13

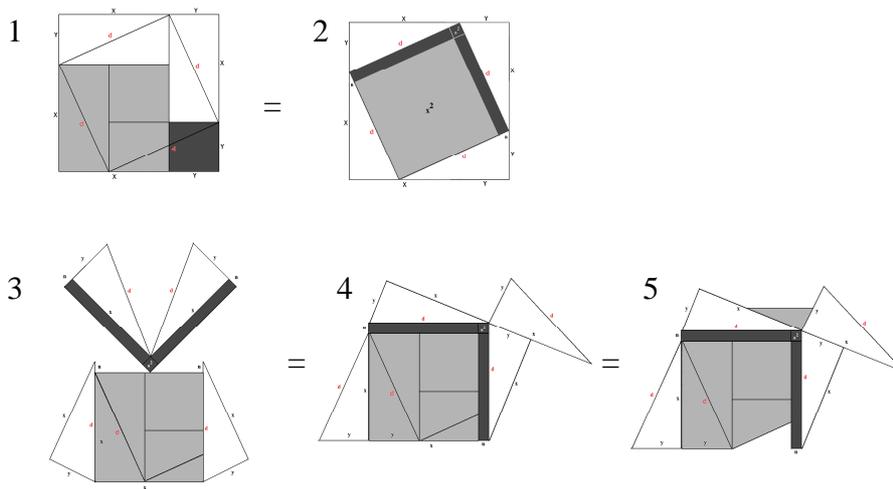
Analogia con la tecnica rituale vedica per la costruzione degli altari di Agni sul principio d'invarianza dell'area del diagramma e mutamento della forma



1-2) diagramma e altari a forma quadrata; 3) altare a forma di falco in volo; 4) altare a forma di airone (o ibis) semi-eretto; 5) altare a forma di airone (o ibis) eretto

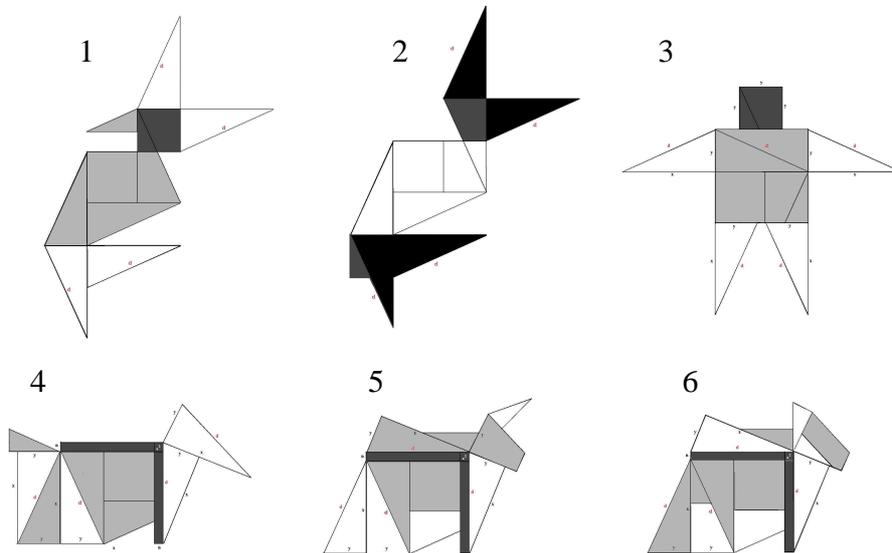
Ipotesi dimostrativa che i quadrati in argomento sono costruiti perfettamente sui lati interessati

Analogia con la tecnica rituale vedica sulla regola di Baudhayana e di Apastamba. Paolo Zellini, Gnomon, Adelphi 1999, pag.74.



1-2) diagramma e altari a forma quadrata; 3) altare a forma di falco in picchiata; 4-5) altare a forma di quadrupede da soma

Ipotesi dimostrativa che il quadrato y^2 e' uguale alla forma gnomonica pari a $2nx + n^2 = 2nd - n^2$



1) altare a forma di airone; 2) altare a forma di ibis?; 3) altare a forma di uomo; 4) altare a forma di quadrupede; 5) altare a forma di toro; 6) altare a forma di ariete

Probabili forme degli altari di Agni, scaturiti dal diagramma a modulo quadrato col criterio d'invarianza dell'area e il mutamento della forma, citati nella tradizione Vedica Indiana.

Una possibile implicazione con la cultura Egizia?

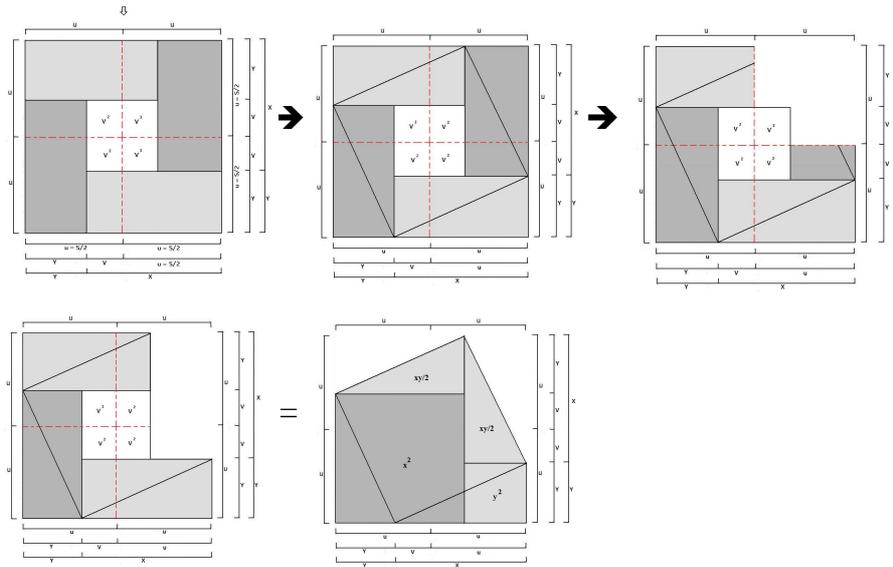
Paolo Zellini, Gnomon, Adelphi 1999

Notare anche la sorprendente analogia delle ipotesi sopracitate, col Tangram Cinese e lo Stomachion Archimedeo; vedere a tal proposito il sito:

<http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/probegio/GAMEMAT H/Stomachion/Stomachion.htm>

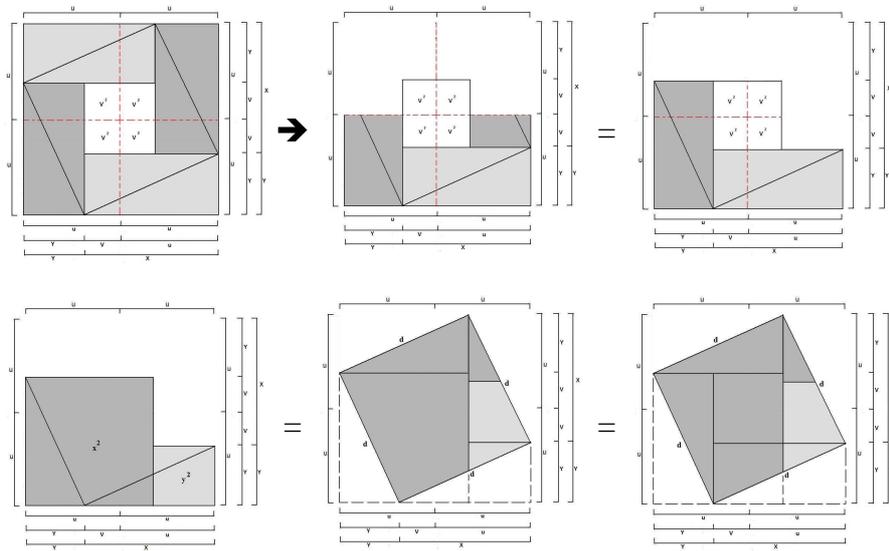
Allegato 14

La probabile strada graduale che ha condotto i babilonesi (o i Sumeri) alla loro regola generale



Studio dell'identita':

$$(x + y)^2 - xy = 3\left(\frac{x + y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x - y}{2}\right)^2 = x^2 + xy + y^2$$



Studio dell'identità:

$$(x + y)^2 - 2xy = 2\left(\frac{x + y}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x - y}{2}\right)^2 = x^2 + y^2 = d^2$$

NOTE BIBLIOGRAFICHE

1) Quelle a contenuto matematico sono circa 300: alcune risalgono al periodo sumerico (3000 – 2100 a.C.), altre, un gruppo più ampio, al periodo che va dall'epoca di Hammurabi fino al 1500 a.C. ed altre ancora risalgono al nuovo impero babilonese e al periodo seleucide (600 – 300 a.C.)

2) Un principio che realizzai, a 18 anni, solo esclusivamente con l'ausilio dell'intuizione rivelatrice, senza alcuna conoscenza specifica, né della materia storica, né delle opere di Otto Neugebauer, Thureau F. Danguin e E. M. Bruins, ritenuti i maggiori studiosi che, nella prima metà del 1900, fornirono fondamentali contributi, traducendo direttamente le tavolette cuneiformi a carattere matematico i quali, sottolinearono proprio questo fondamentale principio, della semisomma e della semidifferenza, che emergeva esplicitamente alla base dell'algebra Mesopotamica. Un principio che sviluppai indipendentemente e intuitivamente nel 1978, che mi permise di costruire conseguentemente un'algebra – geometrica dal sapore arcaico e che poi, nei dieci anni successivi, proposi coraggiosamente come possibile metodo algebrico babilonese, presso riviste universitarie. Solo nel 1987 intravidi casualmente la prima conferma, alla mia ipotesi, nel libro, La matematica delle civiltà arcaiche, L. Giacardi, S.C. Roero, Stampatori, Torino 1978, che mi permise nel 1989, la pubblicazione di ciò che prima, faticavo a giustificare col solo supporto ipotetico – deduttivo e che vidi invece, con soddisfazione, notoriamente conosciuto dagli Illustri Storici, quale base algebrica fondamentale dell'algoritmo risolvibile babilonese.

3) Ved. A. Bonet, L'educazione Matematica, Anno X-serie II Vol. 4, Università di Cagliari, 3 dicembre 1989 pag. 199,200,201,202.

F. Thureau-Dangin, *Textes Mathématiques Babyloniens*, 1938, Introduction, Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics*, pagg. 5,6; World Scientific, 2007

4) S.J. Lurje, *Archimedes*, Wien 1948.

5) Questo polivalente diagramma geometrico risolvete ha la prerogativa di presentarsi come un paradigma universalmente valido, sia per la soluzione dei problemi algebrici babilonesi, sia per la dimostrazione delle identità notevoli conosciute; un autentico "passepartout" geometrico, che si riscontra, come vedremo, anche nelle altre Civiltà arcaiche; ciò spiega l'affinità, fra queste antiche tradizioni matematiche.

6) A. Bonet, *L'educazione Matematica* 3/12/1989, pag. 210

7) Jens Høyrup, *Mathesis*, Vol XIII N.3, Universidad Nacional Autonoma de México., Agosto 1997.

Jens Høyrup, *Lengths, Widths, Surfaces*. Springer 2002.

Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics – World Scientific* 2007.

Paolo Zellini; *Gnomon, una indagine sul numero*, Adelphi 1999, Silvio Maracchia, *Storia dell'Algebra*, Liguori 2005.

C.Bartocci e P.Odifreddi, *La Matematica i Luoghi e i tempi*, Einaudi 2007.

Enciclopedia Treccani, *Storia della Scienza*, Vol I, II, III, 2002

8) A. Bonet, *L'educazione Matematica*, 3/12/1989 pag. 210, figura n° 8.

9) Enciclopedia Treccani, *Storia della Scienza*, Vol II, pag. 782

10) Enciclopedia Treccani, *Storia della Scienza*, Vol III, da pag 506 a pag 524.

11) La tavoletta A.O.8862 risale al 1700 a.C. circa.

12) Per esempio i primi problemi contenuti nella tavoletta A.O. 8862, ma anche quelli contenuti nella tavoletta B.M 13901.

13) O.Neugebauer, *Le Scienze Esatte nell'Antichità*, Feltrinelli 1974, pag. 59 Carl B. Boyer, *Storia della Matematica*, Mondadori, 2008, pag. 38.

14) F.Thureau – Danguin, *Textes Mathématiques. Babyloniens*. 1938, pag.219:.....,faire se tenir mutuellement (comme les fils de la trame et de la chaîne?),,,croiser (deux nombres entre eux ou un nombre avec lui-meme), j'ai croisé.....meme sens,...ecc. Questa particolare costruzione o imbastitura artigianale del diagramma è la causa probabile per la quale lo scriba usa modi diversi per esprimere delle operazioni matematiche che si mescolano con delle operazioni d'imbastitura e di procedimento sugli schemi visualizzati.

15) Si può intravedere questo diagramma e il suo gruppo di simmetrie, in un pavimento del famoso palazzo della simmetria d'arte moresca, costruito intorno al 1300 d C. ad Alhambra di Granada in Andalusia, nella Spagna meridionale. Marcus du Sautoy, *Il Disordine Perfetto*, pag.107, Fig. 3.8, Rizzoli 2007.

16) Notare che Thureau - Danguin traduce lunghezza e la larghezza rispettivamente dai termini accadici: šiddu e pûtu che significano letteralmente e rispettivamente: fianco e fronte, *Textes Mathématiques Babyloniens* 1938, pag.224,226 termini che si usano ancor oggi in architettura, per indicare rispettivamente le diverse facce di un laterizio, di una costruzione o di uno scavo.

17) F.Thureau-Danguin, *Textes Mathématiques Babyloniens* 1938, pag.53

Otto Neugebauer, *Mathematische Keilschrift Texte*, 1935, pag. 137 Kap. III

Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics* – World Scientific 2007 – da pag. 126 a pag. 134.
Notare inoltre, che un antico trattato Indiano, di conoscenze empirico matematiche noto come, i *Sulvasutra* significa letteralmente “regola della corda”, che ci rammenta anche, i “tenditori di corde” dell’Egitto.

Silvio Maracchia, *Storia dell’Algebra*, Liguori 2005, pag 44, nota 82.

18) 19) A. Bonet, *L’educazione Matematica* del 3/12/1989, pagg 202,204,205,206,208.

Paolo Zellini; *Gnomon, una indagine sul numero*, Adelphi 1999, pagg. 156, 157.

20) A. Bonet, *L’educazione Matematica* del 3/12/1989.

21) O.Neugebauer, *Le Scienze Esatte nell’Antichità*, Feltrinelli 1974.

22) A. Bonet *L’educazione Matematica* 3/12/1989, pag. 203, 207, 209, 210 e 212.

Notare che la tecnica è identica sia a quella usata nell’antica Cina, sia con la tradizione vedica, sia con la geometria pratica Islamica del X secolo ad uso degli artigiani.

Probabilmente, con ragionamenti analoghi al modulo quadrato, i babilonesi avrebbero potuto sviluppare diagrammi a modulo: triangolare, pentagonale, esagonale ecc..

Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics* – World Scientific, 2007 – pag. 80.

23) O.Neugebauer, *Le Scienze Esatte nell’Antichità*, Feltrinelli 1974 pag 60.

A. Bonet, *L’educazione Matematica* del 3/12/1989.

24) Ettore Picutti, Storia del triangolo numerico, n°185 di, Le Scienze, 1984, pagg. 19, 20.

25) Jöran Friberg, Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics – World Scientific 2007 – pag. 78 – 81
Piedad Yuste, Estudio Geometrico de AO 17264 Theoria 20, 2005.

26) O. Neugebauer, Le Scienze Esatte nell'Antichità, Feltrinelli 1974 pag 53, 54.

Silvio Maracchia, Storia dell'Algebra, Liguori 2005, pag. 104, nota 84.

Notare che, la rudimentale dimostrazione empirico – deduttiva mediante mattoni, utilizzata dalle Civiltà Orientali è stata probabilmente la progenitrice, della più elegante dimostrazione geometrica, assiomatico – deduttiva, rigorosamente ricercata e adottata successivamente dai Greci.

27) Ettore Picutti, Storia del triangolo numerico, n°185 di, Le Scienze, 1984, pagg., 21, 22.

28) Per le tavolette BM 34568, 12 e BM 85196, 9 vedere il Libro “Storia dell'Algebra” di Silvio Maracchia, Liguori 2005, pagg. 102 e seguenti, nonché, Jens Høyrup, Lengths, Widths, Surfaces, Springer 2002 pagg, da 391 a 399.

29) “ma non ce ne sarebbe stato bisogno”, pag. 104 del Libro, Storia dell'Algebra, di cui alla nota n°28 sopracitata.

30) David Eugene Smit 1958 in “ History of Mathematics” Vol 1 pagg. 29, 30, 31, 32, 33.

Alcuni studiosi fanno risalire il Chou Pei Suan Ching intorno al 1200 a.C., altri intorno al I sec. a.C., altri ancora lo metterebbero

in stretto rapporto col trattato, il Chiu-Chang Suan-Shu della dinastia Han (206 a.C. – 220 d.C.).

31) Enciclopedia Treccani, Storia della Scienza 2002, Vol I, pag. 98 – 99.

Silvio Maracchia, Storia dell'Algebra, Liguori 2005, pag. 103, nota 82 e pag 105.

32) Enciclopedia Treccani, Storia della Scienza 2002, Vol II, pag. 782 – Vol III, pagg. 512, 513.

33) Paolo Zellini “Gnomon una indagine sul numero“cap.5, da pag 164 a pag 170, Adelphi edizioni 1999.

34) Paolo Zellini “Gnomon una indagine sul numero“cap.2, Adelphi edizioni 1999.

Silvio Maracchia, Storia dell'Algebra, Liguori 2005, da pag. 100 a pag.110.

E' pur vero che questi identici problemi fra le diverse Civiltà si ritrovano in documenti di epoche differenti e per alcuni con datazioni incerte, che si raccolgono principalmente nel cuore dell'era talassica, ma è altrettanto vero che l'origine di queste Civiltà in quanto tali, cresciute autonomamente nelle vallate dei grandi fiumi: Nilo, Indo, Yangtzechiang e Huang Ho, Tigri e Eufrate, hanno tutte una comune antichità storica che fa risalire, pur con dati cronologici, più o meno attendibili, un loro denominatore comune, intorno gli inizi dell'era potamica. Carl B. Boyer, Storia della Matematica, Mondadori, 2008.

35) ipotesi grafica di Van der Waerden pag72 fig 20 e pag.145 fig48.

L. Giacardi, S.C. Roero, La matematica delle civiltà arcaiche, 1978, pag 150.

36) Carl B. Boyer, Storia della Matematica, Mondadori 2008, pag. 60.

37) L. Giacardi e S.C. Roero, 1978, La matematica delle civiltà arcaiche pag. 146 fig.41.

Livia Giacardi – Tullio Viola, Il calcolo del volume del tronco di piramide nella matematica Egizia (discussione sulle ipotesi più importanti già proposte) e Saggio su un possibile calcolo dei volumi di alcuni poliedri nella matematica Egizia, Estratto dagli Atti della Accademia delle Scienze di Torino Vol III (1976 -77).

Paolo Zellini “Gnomon una indagine sul numero “cap.7, Adelphi edizioni 1999, Pagg.254,255,256.

38) Tullio Viola, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Anno I n°2 dicembre 1981, Sull’elenco di terne pitagoriche (“Plimpton 322”) e su un suo possibile uso nella matematica vetero-babilonese.

Carl B. Boyer,Storia della Matematica,Mondadori,2008. da pag 40 a pag 45.

O.Neugebauer, Le Scienze Esatte nell’Antichità, Feltrinelli 1974 pag 54,55,56,57,58.

Jöran Friberg, Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics – World Scientific 2007 – pag. 88,89,90,91,92,93,94.

39) Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, Gli Elementi di Euclide, U.T.E.T. 1970,pag.187,188,189,190.

40) Serafina Cuomo “L’età classica ed ellenistica” sul Libro “La Matematica i luoghi e i tempi” a cura di Bartocci e Odifreddi Einaudi 2007.

Carl B. Boyer “Storia della Matematica” Mondadori,2008, capitolo 4 e seguenti.

41) I pitagorici stessi, avevano ancora l’abitudine di disegnare sulla sabbia. Paolo Zellini “Gnomon una indagine sul numero “cap.2, Adelphi edizioni 1999, Pag. 72, nota 4.

42) Il papiro passò dall’Egitto ai Greci nel VI secolo a.C. e si diffuse in tutto il mondo classico; il principale porto di esportazione era la città fenicia di Gubal in greco Byblos che significa papiro.

43) Nel Libro di Paolo Zellini,Gnomon, Adelphi,1999 a pag 55 leggiamo: “Pappo di Alessandria sosteneva che,ove una **costruzione** fosse possibile con riga e compasso, non si sarebbe dovuto utilizzare altri strumenti”,mentre a pag 155 leggiamo inoltre: “Secondo Plutarco sarebbe stato più verosimile che il famoso sacrificio deciso da Pitagora,in occasione della scoperta del teorema che porta il suo nome, fosse invece da collegarsi all’invenzione della tecnica dell’applicazione delle aree; tecnica senza dubbio più sottile e scientificamente interessante di quella che interviene nella dimostrazione del noto teorema secondo cui il quadrato **costruito** sull’ipotenusa di un triangolo rettangolo è uguale alla somma dei quadrati **costruiti** sui cateti”.

Faccio notare che, anche la parola “costruzione” o “costruito” o “costruiti” è rimasta a testimoniare il collegamento con la “regola generale babilonese” più ancorata ad una tecnica artigianale costruttiva delle civiltà arcaiche che abbiamo esaminato; i cinesi analogamente, chiamavano la loro identica regola, come il procedimento di “**accumulare** i rettangoli”, Joseph Needham,Scienza e Civiltà in Cina Einaudi 1985,pag

28,29,30. La stessa parola “**accumulare**” la ritroviamo anche nei testi matematici sulle antiche tavolette cuneiformi.

44) La stessa idea di Pappo, come valida alternativa alla versione di Euclide I,47., è sviluppata con una tecnica, che richiama la regola generale babilonese che ho ipotizzato e che rafforza maggiormente, l’idea dell’importazione del diagramma babilonese nel mondo della Grecia antica.

Jöran Friberg, *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics* – World Scientific 2007 – pag. 74,75,76,77.

45) *Storia della Teoria delle Equazioni Algebriche*, pag. 20 – 21 – 22, R. Franci, L. Toti Rigatelli, Mursia 1979.

Carl B. Boyer *Storia della Matematica*, Mondadori, 2008, pag. 93- 94 - 129 (fig. 17)

Carl B. Boyer, *Storia della Matematica*, Mondadori, 2008, pag. 130- 131 -132 (fig. 18)

Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, *Gli Elementi di Euclide*, U.T.E.T. 1970

46) Paolo Zellini “Gnomon una indagine sul numero “cap.2, Adelphi edizioni 1999.

47) Silvio Maracchia, *Storia dell’Algebra*, Liguori 2005, pag.143, paragrafo 4.7, Arabi.

Carl B. Boyer, *Storia della Matematica*, Mondadori, 2008, Cap. 13, l’egemonia araba, pag.264.

P.S.: Dopo la pubblicazione di questo articolo sul Periodico di Matematiche, Mathesis, n°3 2008, sono stati scoperti altri libri che vanno in favore della pubblicazione stessa:

1) il libro di Kitty Ferguson ,La musica di Pitagora, edito dalla Longanesi 2009, nel quale ho trovato a pag 91,92 e in appendice pag 351, il pensiero di uno studioso e divulgatore scientifico degli anni 1970, Jacob Bronowski, dove appare inequivocabile il suo identico concetto empirico di fondo che sta alla base di questo lavoro e che aveva pubblicato nel 1973 nel Libro: The Ascent of Man (L'ascesa dell'uomo), a seguito di una sua nota serie televisiva dei primi anni del 1970, ove il suo "Teorema di Pitagora" si può rivedere in video- internet: Bronowski on Pythagoras' Theorem

<http://www.youtube.com/watch?v=mOvpV0CuEde>

2) Un secondo Libro interessante, scoperto dopo questo articolo e in totale sintonia, appartiene all'Autore Luigi Borzacchini dal titolo: Il Computer di Platone, alle origini del pensiero logico e matematico.
Edizioni Dedalo 2005.

3) Inoltre, a riprova della validità di una tesi conclusiva citata nel testo: **“Si può dedurre, che chi conosceva il particolarissimo problema del scivolamento del palo o della canna, conosceva di conseguenza, il criterio del scivolamento del quadrato e quindi, il diagramma quadratico risolvete a modulo quadrato”**.

Si riscontra chiaramente nel libro di Joran Friberg: Unexpected LINHS between EGYPTIAN and BABYLONIAN Mathematics, World Scientific, 2005, dove a pag 107 e 108 l'Autore nell'esame del Papiro del Cairo, collega i problemi del scivolamento della canna, par 8 n°24,31, con gli stessi problemi Babilonesi BM 85196 n° 9 e BM 34568 n° 12. Mentre nelle pagine 125,126,136 e 137 del suo stesso Libro, per spiegare altri problemi Egizi, contenuti nello stesso Papiro del Cairo, l'Autore Joran Friberg, li collega con i problemi Babilonesi contenuti nella tavoletta: Db2- 146 = IM 67118 e si avvale in modo inequivocabile, di interpretazioni geometriche perfettamente identiche al diagramma d'argilla che propongo.

Poiché i siti archeologici finora di primaria importanza si sono interessati principalmente agli scavi di palazzi mesopotamici, sede soprattutto dei Re, mentre le fornaci per la cottura degli innumerevoli mattoni, poste in siti fuori dalle antiche mura delle Città mesopotamiche non sono stati interessati agli scavi archeologici allo stesso modo, crediamo, che quanto sopra indicato potrebbe trovare un probabile riscontro, qualora un giorno l'archeologia decidesse di cominciare ad occuparsi anche di questi siti ritenuti di minore importanza.